

АЛЕКСАНДР БЕРЛИН

---

# Математика рынка

ОБСЛУЖИВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ  
ПОТОКОВ



Александр Берлин

**Математика рынка.  
Обслуживание случайных потоков**

«Издательские решения»

**Берлин А.**

Математика рынка. Обслуживание случайных потоков /  
А. Берлин — «Издательские решения»,

ISBN 978-5-44-852545-2

В книге предлагается новый подход к расчету экономических процессов. Такой подход позволяет получить очень интересные данные: определить универсальную математическую характеристику товара, представить математическую модель рынка; показано, что расчеты параметров рынка можно проводить по формулам теории массового обслуживания, в частности по формулам Эрланга, Энгсета и др; определить формулы, отражающие зависимость между спросом и предложением, а также величиной непроданных товаров.

ISBN 978-5-44-852545-2

© Берлин А.  
© Издательские решения

# Содержание

Список обозначений	6
Введение	8
Глава 1. Относительное потребление. Единица измерения величины предложения и спроса	10
1.1. Так что же такое товар?	10
1.2. Относительное потребление	12
1.3. Факторы, влияющие на относительное потребление	13
1.3.1. Максимальное потребление	14
1.3.2. Реальное потребление (спрос)	15
1.3.3. Зависимость величины относительного потребления от цены	16
Конец ознакомительного фрагмента.	17

# **Математика рынка Обслуживание случайных потоков**

**Александр Берлин**

© Александр Берлин, 2017

ISBN 978-5-4485-2545-2

Создано в интеллектуальной издательской системе Ridero

## Список обозначений

- A**- относительное (удельное) потребление. Предложенная нагрузка  
**a** – **интенсивность нагрузки, поступающей от одного источника**  
поступивших заявок  
– обслуженных заявок  
– потерянных заявок  
– средняя длина очереди или среднее число задержанных партий товаров  
среднее число заявок от одного потребителя в единицу времени  
от одной группы индивидуальных потребителей  
— среднее число заявок от одного потребителя в единицу времени  
от – посредников (например, агентства по покупке и продаже квартир)  
 $E_{i, \nu}(A) = E_i(A)$  – вероятность того, что в произвольный момент  
времени стационарного режима в полностью доступной группе ёмкостью  $\nu$   
потребителей, на которую поступает интенсивность партий товаров  $A$ , создаваемая про-  
стейшим потоком товаров, занято  $i$  потребителей  
 $E_{1, \nu}(A)$  – табличные числовые значения для первой формулы Эрланга  $E_{2, \nu}(A)$  – таблич-  
ные числовые значения для второй формулы Эрланга  
 $p(\gamma > 0)$  – вероятность того, что время ожидания больше нуля – то есть вероятность  
очереди  
 $p_{\text{задер.}}(\gamma > t)$  – вероятность ожидания задержанного товара  
свыше времени  $t$   
 $p(R > r)$  – вероятность того, что длина очереди превышает заданную величину  $r$   
 $R_{\text{макс}}$  – максимальное потребление  
 $R_{\text{реал}}$  – реальное потребление.  
– потери по числу поступивших заявок на поставку товара  
– потери по объёму товара  
 $P_t$  – потери по времени реализации  
. .  
– средняя длительность потребления.  
– **средняя длина очереди**  
поступившего товара  
– обслуженного товара  
– потерянного товара  
 $A_{\text{обсл.}}(t_1, t_2) =$  – обслуженное предложение.  
 $a_{06}(t_1, t_2)$  – обслуженный рынком спрос за промежуток времени  $(t_1, t_2)$   $Y_{\text{пост.}}(t_1, t_2)$  —  
поступающее предложение товаров за промежуток времени  $(t_1, t_2)$   
 $a_{\text{пост.}}(t_1, t_2)$  – поступающий на рынок спрос за промежуток времени  
 $(t_1, t_2)$   
 $a_{\text{потер.}}(t_1, t_2)$  – потерянный рынком спрос в течение промежутка времени  $(t_1, t_2)$   
 $a_{\text{внс.}}$  величина нагрузки за время наибольшей нагрузки (ВНС);  
 $a_{\text{набл}}$  – величина нагрузки за время наблюдения  
 $\alpha$ - параметр примитивного потока группы партий в свободном состоянии (формула Энг-  
сета).  
 $\beta$  – параметр показательного закона распределения длительности потребления.  
 $\eta$ - пропускная способность групп потребителей

$\gamma$  – текущее время ожидания

– среднее время ожидания по отношению ко всем поступившим вызовам

$\gamma_3$  среднее время ожидания по отношению только к задержанным вызовам

$\lambda_{s(t)}$  параметр симметричного потока.

$\omega_0(z)$  – вероятность отсутствия товаров на промежутке времени длиной  $z$  (Поток Пальма).

## Введение

Прежде чем начать составлять и преобразовывать формулы. Я хотел бы задать вопрос читателю.

Я хочу продать что-то новое или старое, красивое или безобразное – бриллианты, навоз, идеи, отремонтировать ваш дом. Почему я не могу сосчитать, сколько я смогу продать этого товара в течение месяца дня, года?

Почему возникают кризисы перепроизводства? И при этом, почему столько оптимистов или пессимистов говорят, что всё наладится или рухнет. И я скорее не доверяю им, чем доверяю. Развелось столько пророков в сети Интернет и в газетах. А как прекрасно, если бы все это можно было бы сосчитать рынок. Например, как в механике.

Представьте Вы хотите проехать из Санкт Петербурга в Москву (расстояние 600 км). Вы вспоминаете формулу равномерного движения, рассчитываете, что если вы будете ехать непрерывно и равномерно со скоростью 60 км в час, то это займёт 10 часов.

Давайте будем честными. Вы никогда не будете ехать равномерно и непрерывно. На одном участке Вы будете «лететь», а на другом ехать и никуда не спешить. Вы сделаете на втором часу перерыв в езде. Кроме того, получив этот результат, Вы полетите самолётом. А может, не тронетесь никуда. Так что математика не может за Вас принять решение.

Вывод отсюда парадоксальный, что экономика – это политика. А математика может только сказать, что будет при принятых Вами решениях.

Можно также сказать, что экономика – это психология. Например, известен «очевидный» экономический закон, который широко используется для анализа экономических процессов – это паника при ухудшении каких-то показателей рынка

Математика не даёт прогнозов. Она только отвечает на Ваши вопросы, что будет в заданных вами обстоятельствах. Один из великих инвесторов 21—22 века Уоррен Баффет, говорил: «Я не делаю прогнозы, я даю оценки. Оценка не то, что прогноз». [3.3., стр.21, стр.23].

Теперь вопрос! Нельзя ли разработать такие математические методы, которые также как в механике говорили, что будет в заданных обстоятельствах. И если эти обстоятельства возникли можно рассчитать своё поведение и поведение среды.

К какой области математики они должны принадлежать?

Очевидно, что к теории вероятностей.

Труды, которые рассматривают основные вопросы экономики (спрос, предложения, цены и прочее), в основном применяют методы детерминированной математики [Альфред Маршалл, Кейнс<sup>1</sup>].

Экономика широко пользуется методами теории массового обслуживания. Например, для расчета числа кассовых аппаратов, очередей и т. п. При этом наиболее часто используется название «теория очередей».

В этой книге мы покажем, что применение теории случайных потоков к основным процессам на рынке – предложению и потреблению товаров, получению доходов позволяет ответить на большинство вопросов, которые возникают сегодня на практике.

Такой подход позволяет получить очень интересные результаты.

Перечислим эти результаты:

определена универсальная математическая характеристика товара – относительное потребление и потери (доля непроданных товаров);

представлена математическая модель рынка;

---

<sup>1</sup> Кейнс был специалистом по теории вероятностей и написал диссертацию по этому вопросу, но в его основных работах такие методы отсутствуют

на основе этой модели, показано, что расчеты параметров рынка можно проводить по формулам теории массового обслуживания в частности по формулам Эрланга, Энгсета и др; согласно формуле Эрланга показана зависимость между спросом и предложением, а также величиной потерь (величиной не проданных товаров);

расчеты по формуле Эрланга показывают, что основное влияние на спрос оказывает предложение (величина поставки), при росте предложения увеличиваются потери (доля непроданных товаров), поэтому наращивания предложения становится нецелесообразным. И как следствие, в зависимости от себестоимости падают доходы;

цена товара влияет на спрос только на начальном этапе, а далее на этапе насыщенного рынка, она играет роль, фактора конкурентной борьбы.

Результаты позволяют:

- проводить оценку перспектив различных бизнесов,
- оценивать величину устанавливаемой цены,
- определять возможные моменты кризисов и их периодичность (циклы Кондратьева)

[3.7].

В заключение надо сказать, что в книге за основу изложения приняты результаты, полученные моим учителем Борисом Самойловичем Лившицем [2.1] и недавно скончавшимся его лучшим учеником Яковом Владимировичем Фидлиным. [2.2].

Их книга Лившиц Б. С., Фидлин Я. В., Харкевич А. Д. Теория телеграфных и телефонных сообщений. М.: Связь, 1971. до сих пор образец по содержанию и строгости и четкости математических доказательств.

Очень большие трудности вызывал у автора вопрос как подробно приводить математические доказательства. Как показал опыт – математические аспекты теории обслуживания случайных потоков известны далеко не всем. Поэтому в книгу включены сведения, позволяющие читателю получить необходимые сведения, не тратя массу времени на обращения к первоисточникам. Для корректности в книге есть много ссылок к первоисточникам.

Для тех, кто активно заинтересуется вопросам применения теории обслуживания случайных потоков, в приложении приведены отдельно книги по теории массового обслуживания на русском и английском языке.

Список литературы составлен по разделам:

Теория вероятностей.

Теория массового обслуживания

Экономика

.Справочные материалы из Интернета

# Глава 1. Относительное потребление. Единица измерения величины предложения и спроса

## 1.1. Так что же такое товар?

Начнем с цитаты Кейнса [3.1]

«Трудности, которые больше всего мешали мне при написании этой книги, и я не мог четко сформулировать свои мысли;

«во-первых, выбор единиц измерения, пригодных для исследования экономической системы в целом; .....»

Далее Кейнс пишет;

«Тот факт, что единицы измерения, которыми обычно пользуются экономисты, неудовлетворительны, можно проиллюстрировать на следующем примере:

Концепции национального дохода, запаса реального капитала и обще совокупный объем, производимых обществом товаров и услуг представляет собой разнородный комплекс, который, строго говоря, не может быть измерен, за исключением некоторых специальных случаев, когда, например, все элементы одного набора производимых товаров и услуг содержатся в той же пропорции в другом наборе товаров и услуг этого уровня цен.»

В результате Кейнс выбрал в качестве единиц измерения деньги:

«Поэтому, рассматривая теорию занятости, я буду пользоваться только значением совокупных объемов: выраженной в деньгах суммой ценностей».

Для того чтобы дать свое определение единицы измерения товара мы используем очевидное утверждение.

Товар на рынке – это, то, что хотят продать и это то, что хотят купить. Попробуем выразить это в числах.

Обратимся к своему опыту.

Вы любите пирожные? Я Вам их продам. Вы их купите и захотите еще. Я буду продавать все больше и больше. Наконец вы начнёте съедать 10 пирожных в день. А я вам предлагаю еще. Вы говорите: «Хватит!»

Я предлагаю Вам бесплатно по 12 пирожных в день, а Вы неблагодарно твердите «Нет!». Более того, закупив пирожные, Вы еще некоторое время их потребляете, и при этом не покупаете новых.

Что это такое? Это перепроизводство!

Повторим вопрос: Сколько вы можете съесть в день пирожных 10, 12, 15?

Это для математики неважно, но в принципе есть какое-то максимальное количество товара, которое Вы можете потребить в определенный период (в сутки, в месяц в год).

попробуем найти индикатор. Назовём его относительное потребление.–  $P_{отн}$

Если потребитель уже не способен покупать товар (насыщение)  $P_{отн}=1$ ,

Если потребитель только начинает покупать товар  $P_{отн}=0$ .

Потому текущее состояние потребителя можно отразить значением относительного потребления

$$0 \leq P_{отн} \leq 1$$

Продолжим поиск математического определения относительного потребления.

Введем единицу (обозначим её  $a$ ), которая нам позволит измерять спрос и предложение «относительный потребление».

Это отношение реального потребления  $P_{\text{реал}}$  к максимально возможному  $P_{\text{макс}}$ .

$$P_{\text{отн.}} = P_{\text{реал.}} / P_{\text{макс.}} = a$$

Если с помощью этой единицы мы будем измерять спрос и предложение товара, одним потребителем или одной группой потребителей, то мы будем называть этот показатель – **УДЕЛЬНЫМ ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ПОТРЕБЛЕНИЕМ**.

Если рассматриваться группа из  $n$  потребителей (групп потребителей), то применяется название **ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОТРЕБЛЕНИЕ**.

Оно будет равно

$$A = an$$

Будем считать, что никакие материальные (количество денег, цены) и внешние факторы (сезон, мода) Вас не ограничивают. Тогда максимальное потребление в заданный период будет равно  $P_{\text{макс}}$ .

Реальное и максимальное потребление выражаются в единицах данного товара (штуках, пакетах, денежных [единицах]).

Поскольку относительное потребление это отношение, где числитель и знаменатель выражены одинаковых единицах, то оно безразмерная величина.

## 1.2. Относительное потребление

Относительное потребление показывает возможности участия данного средства в потреблении (аналог удельной нагрузки в теории массового обслуживания). Оно указывает насколько потребитель готов к покупке товара. Если  $a=1$ , то потребитель в данный период не будет покупать товар, другие значения говорят, насколько удовлетворены запросы этого потребителя.

Например, из сайта на Интернетe можно узнать, что Скандинавы потребляют по 8 литров молока в неделю, а европейцы 1 литр в неделю. Максимально физически человек может потребить 10 литров в неделю. Не проводя анализ на достоверность, примем эти цифры за истину.

Тогда относительное потребление будет равно для скандинавов  $8/10$ , а для европейцев  $1/10$ .

Для продажи молока эти цифры говорят о многом.

1. Склонность к потреблению молока в Скандинавии близка к насыщению. Как мы показали исследования, продажа товаров на насыщенном рынке приводит к большим потерям, которые тем выше, чем больше относительное потребление приближается к 1. Это означает, что потребности данного рынка полностью удовлетворены.

2. Судя величине относительного потребления перспективы продажи молока в Европе выше, поскольку рынок не насыщен.

Однако надо сделать оговорку. Кейнс делил склонность к потреблению на субъективную и объективную. Он писал [КНИГА ТРЕТЬЯ. СКЛОННОСТЬ К ПОТРЕБЛЕНИЮ. ГЛАВА 8],

«Для того, чтобы сделать наш анализ более четким, целесообразно расчленил эти мотивы на две большие группы: в первую из них мы будем включать субъективные, а во вторую – объективные факторы. Субъективные факторы, описывают те психологические особенности человеческого характера, а также те общественные привычки и институты, которые, хотя и не являются неизменными, все же едва ли подвержены существенным переменам в течение коротких промежутков времени (за исключением каких-либо выходящих из ряда вон обстоятельств или революционных потрясений)».

В нашем примере низкий уровень относительного потребления указывает на наличие в европейском поведении субъективного фактора, но в то же время указывает на перспективность его преодоления (реклама, разработка соответствующих европейским вкусам молочных продуктов).

3. Относительное потребление может служить для измерения уровня бедности и богатства.

Насыщенность населения жизненно важными товарами обычно исчисляют количеством потребления на человека за определённый период (месяц, год). Относительное потребление указывает степень насыщенности (отношение максимального потребления к реальному потреблению). Рассматриваемый пример не может служить таким показателем, поскольку в нем большая доля субъективных факторов.

Низкая величина относительного потребления указывает на бедность, если эта величина обусловлена отсутствием материальных средств.

Последнее, что следует указать, это роль относительного потребления продуктов питания. В большинстве случаев это величина может носить медицинскую оценку.

В этом случае относительное потребление указывает, на то, что какими-то продуктами, население не обеспечено для нормальной жизни, а какие-то товары потребляются избыточно для здоровья,

### **1.3. Факторы, влияющие на относительное потребление**

### 1.3.1. Максимальное потребление

На основе статистических данных (или здравого смысла) определяется максимально возможное приобретение товара, (измеряемое в единицах, характерных для данного товара) **ЗА ЗАДАННЫЙ ПЕРИОД ВРЕМЕНИ** (неделю, месяц, год). Это количество мы будем называть **максимальное потребление** ( $P_{\text{макс}}$ )

При выборе величины максимального потребления следует учитывать два типа факторов.

**ОБЪЕКТИВНОЕ** ограничение и **ФОРМАЛЬНОЕ** ограничение.

Объективное ограничение максимального потребления – заключается в том, что оно ограничено физиологическими причинами (например, человек не может съесть больше 10 пирожных в день) или техническими причинами (данная марка автомобиля потребляет 25 литров (галлонов) бензина на километр (милю) пробега). Эти показатели можно выбрать так, что вероятность их смены за короткий промежуток времени будет мала.

Некоторые виды товаров ограничиваются естественными причинами. Например, максимум показателя товара – «парковка» автомобиля в период 1 час ограничивается одним часом.

Формальное ограничение максимального потребления – состоит в том, что его величина назначается исследователем произвольно или по согласованию (стандартизации) с другими заинтересованными сторонами (например, максимальное потребление пирожных одним человеком 100 пирожных в день). В дальнейшем рассмотрении можно будет убедиться, что назначение нереально высокой величины максимального потребления не влияет на получение основных результатов, не изменяет получаемых оценок, но усложняет расчеты, увеличивая или уменьшая значения обрабатываемых величин.

### 1.3.2. Реальное потребление (спрос)

Основные идеи заключаются в следующем:

Потребитель приобретает за некоторый период (неделю, месяц, год) определённое количество товара, измеряемое в единицах характерных для данного товара, с учетом своей потребности и цены данного товара. Это количество мы будем называть **реальное потребление** ( $P_{\text{реал}}$ )

После приобретения товара покупатель потребляет его в течение определенного **времени потребления**.

Причиной отказа от покупки может быть субъективные причины. Например, невозможность (или нежелание) есть каждый день котлеты, или объективные причины вместимость топливного бака (запас бака рассчитан на неделю).

ПОКА МЫ ИСКЛЮЧАЕМ ФАКТОР НАКОПЛЕНИЯ «ПРО ЗАПАС» (СИСТЕМА С ОЖИДАНИЕМ).

**Время потребления** отличается от времени обладания товаром. Например, автомобиль, купленный 3 года назад, может использоваться владельцем, Но если владелец начал искать другой автомобиль, то время потребления равно 3 года.

Неценовые факторы, влияющие на реальное потребление (спрос) [[https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон\\_спроса\\_и\\_предложения](https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_спроса_и_предложения)]

- Уровень доходов в обществе;
- Размеры рынка;
- Мода, сезонность;
- Наличие товаров-субститутов (заменителей);
- Инфляционные ожидания.

Итоги.

Итак, мы установили общие свойства понятия товар.

Несмотря, на большое разнообразие товаров. Мы свели количественные характеристики товара к двум показателям.

- Максимально возможное потребление.
- Реальное потребление.

### **1.3.3 Зависимость величины относительного потребления от цены**

Мы определили относительное потребление как

## **Конец ознакомительного фрагмента.**

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.