

# НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

 **EKSMO**  
EDUCATION



**ХИТ  
сезона**

# ЭКЗУМЕН

В КАРМАНЕ

Ирина Козлова

**Начертательная геометрия:  
конспект лекций**

«Научная книга»

**Козлова И. С.**

Начертательная геометрия: конспект лекций / И. С. Козлова —  
«Научная книга»,

Данное учебное пособие представляет собой курс лекций и предназначено для студентов, сдающих экзамен по специальности «Начертательная геометрия». Подготовлено с учетом требований Министерства образования РФ.

# Содержание

Лекция № 1. Сведения о проекциях	5
1. Понятие проекций	5
2. Центральная проекция	6
3. Параллельная проекция	7
Лекция № 2. Точка	8
1. Проекция точки на две плоскости проекций	8
2. Отсутствие оси проекций	12
3. Проекция точки на три плоскости проекций	13
Конец ознакомительного фрагмента.	14

# И. С. Козлова, Ю. В. Щербакова

## Начертательная геометрия.

### Конспект лекций

#### Лекция № 1. Сведения о проекциях

##### 1. Понятие проекций

**Начертательной геометрией** называют науку, которая является теоретическим фундаментом черчения. В данной науке изучаются способы изображения на плоскости различных тел и их элементов. Эти изображения позволяют однозначно определить форму и размеры изделия и изготовить его. При работе с чертежами выполняются два вида работ: подготовка чертежей и их чтение.

Чтение чертежа заключается в воспроизведении в уме реальной формы объекта и некоторых его частей с использованием при этом чертежа.

Начертательная геометрия основывается на методе проекций.

**Проекцией точки  $M$**  на некоторой плоскости называют изображение, которое строится в нижеследующей последовательности (рис. 1).

Через данную точку  $M$  необходимо провести прямую, которая не параллельна данной плоскости. Точку пересечения данной прямой и плоскости назовем точкой  $m$ . Полученная точка  $m$  будет являться проекцией точки  $M$  на данную плоскость. Прямую  $Mm$  называют **проектирующей прямой**, а данная плоскость называется **плоскостью изображения**.

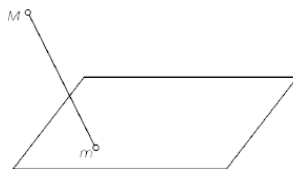


Рис. 1. Проекция точки  $M$  на некоторой плоскости

Подобным образом можно получить проекции различных фигур как проекции каждой из его точек. Способ построения определяет вид проекции: центральную или параллельную.

## 2. Центральная проекция

Представление о центральной проекции можно получить, если изучить изображение, которое дает человеческий глаз.

Для построения центральной проекции объекта нужно между глазом и изучаемым предметом поместить прозрачный экран и отметить на нем точки пересечения лучей, которые идут от глаза человека к отдельным точкам предмета. При соединении всех точек на экране получаем изображение (проекцию) фигуры (рис. 2). Эта проекция называется центральной.

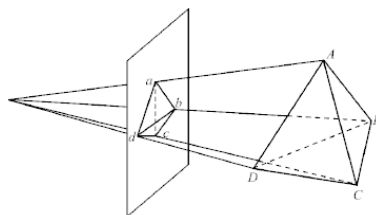


Рис. 2. Проекция фигуры

**Центральная проекция** – это проекция, которая образуется с помощью проецирующихся лучей, проходящих через одну точку.

Изображение предметов при помощи центральной проекции встречается очень часто, особенно для предметов, обладающих большими размерами.

### 3. Параллельная проекция

**Параллельная проекция** – это такой вид проекции, при построении которого используются параллельные проецирующиеся лучи.

При построении параллельных проекций нужно задать направление проецирующих лучей (рис. 3). На данном примере в качестве направляющего луча выбран луч  $l$ . При построении изображений через все точки проводятся прямые, параллельные установленному направлению проецирования, до точки пересечения с плоскостью проекции. Соединяя полученные точки, получаем параллельную проекцию предмета.

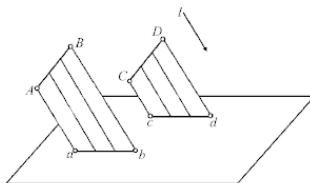


Рис. 3. Параллельная проекция предмета

Параллельные проекции могут быть ортогональными или косоугольными в зависимости от направления проецирующих лучей.

Проекция называется **ортогональной**, если проецирующий луч перпендикулярен плоскости.

Проекция называется **косоугольной**, если угол наклона проецирующих лучей направлен относительно плоскости под углом, отличным от прямого.

Изображение, полученное при помощи параллельной проекции, намного меньше искажено, чем изображение, полученное с помощью центральной проекции.

## Лекция № 2. Точка

### 1. Проекция точки на две плоскости проекций

Рассмотрим проекции точек на две плоскости, для чего возьмем две перпендикулярные плоскости (рис. 4), которые будем называть горизонтальной фронтальной и плоскостями. Линию пересечения данных плоскостей называют осью проекций. На рассмотренные плоскости спроецируем одну точку  $A$  с помощью плоской проекции. Для этого необходимо опустить из данной точки перпендикуляры  $Aa$  и  $Aa'$  на рассмотренные плоскости.

Проекцию на горизонтальную плоскость называют **горизонтальной проекцией** точки  $A$ , а проекцию  $a'$  на фронтальную плоскость называют **фронтальной проекцией**.

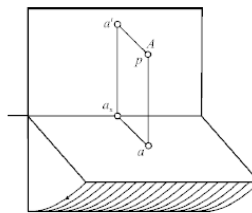


Рис. 4. Проекция точек на две плоскости

Точки, которые подлежат проецированию, в начертательной геометрии принято обозначать с помощью больших латинских букв  $A, B, C$ . Для обозначения горизонтальных проекций точек применяют малые буквы  $a, b, c, \dots$ . Фронтальные проекции обозначают малыми буквами со штрихом сверху  $a', b', c', \dots$ .

Применяется также и обозначение точек римскими цифрами  $I, II, \dots$  а для их проекций – арабскими цифрами  $1, 2, \dots$  и  $I', 2', \dots$ .

При повороте горизонтальной плоскости на  $90^\circ$  можно получить чертеж, в котором обе плоскости находятся в одной плоскости (рис. 5). Данная картина называется **эпюром точки**.

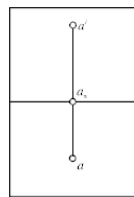


Рис. 5. Эпюр точки

Через перпендикулярные прямые  $Aa$  и  $Aa'$  проведем плоскость (рис. 4). Полученная плоскость является перпендикулярной фронтальной и горизонтальной плоскостям, потому что содержит перпендикуляры к этим плоскостям. Следовательно, данная плоскость перпендикулярна линии пересечения плоскостей. Полученная прямая пересекает горизонтальную плоскость по прямой  $aa_x$ , а фронтальную плоскость – по прямой  $a'a_x$ . Прямые  $aa_x$  и  $a'a_x$  являются перпендикулярными оси пересечения плоскостей. То есть  $Aaax'a'$  является прямоугольником.

При совмещении горизонтальной и фронтальной плоскостей проекции  $a$  и  $a'$  будут лежать на одном перпендикуляре к оси пересечения плоскостей, так как при вращении горизонтальной плоскости перпендикулярность отрезков  $aa_x$  и  $a'a_x$  не нарушится.

Получаем, что на эпюре проекции  $a$  и  $a'$  некоторой точки  $A$  всегда лежат на одном перпендикуляре к оси пересечения плоскостей.



Две проекции  $a$  и  $a'$  некоторой точки  $A$  могут однозначно определить ее положение в пространстве (рис. 4). Это подтверждается тем, что при построении перпендикуляра из проекции  $a$  к горизонтальной плоскости он пройдет через точку  $A$ . Точно так же перпендикуляр из проекции  $a'$  к фронтальной плоскости пройдет через точку  $A$ , т. е. точка  $A$  находится одновременно на двух определенных прямых. Точка  $A$  является их точкой пересечения, т. е. является определенной.

Рассмотрим прямоугольник  $Aaa_xa'$  (рис. 5), для которого справедливы следующие утверждения:

1) Расстояние точки  $A$  от фронтальной плоскости равно расстоянию ее горизонтальной проекции  $a$  от оси пересечения плоскостей, т. е.

$$Aa' = aa_x;$$

2) расстояние точки  $A$  от горизонтальной плоскости проекций равно расстоянию ее фронтальной проекции  $a'$  от оси пересечения плоскостей, т. е.

$$Aa = a'a_x.$$

Иначе говоря, даже без самой точки на эюре, используя только две ее проекции, можно узнать, на каком расстоянии от каждой из плоскостей проекций находится данная точка.

Пересечение двух плоскостей проекций разделяет пространство на четыре части, которые называют **четвертями** (рис. 6).

Ось пересечения плоскостей делит горизонтальную плоскость на две четверти – переднюю и заднюю, а фронтальную плоскость – на верхнюю и нижнюю четверти. Верхнюю часть фронтальной плоскости и переднюю часть горизонтальной плоскости рассматривают как границы первой четверти.



Рис. 6. Четверти

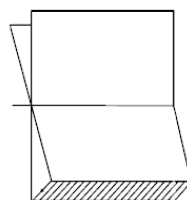


Рис. 7. Совмещение горизонтальной и фронтальной плоскостей при получении эюра

При получении эюра вращается горизонтальная плоскость и совмещается с фронтальной плоскостью (рис. 7). В этом случае передняя часть горизонтальной плоскости совпадет с нижней частью фронтальной плоскости, а задняя часть горизонтальной плоскости – с верхней частью фронтальной плоскости.

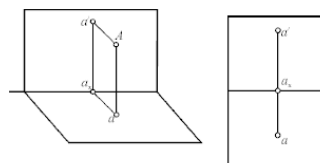


Рис. 8

На рисунках 8-11 показаны точки А, В, С, D, располагающиеся в различных четвертях пространства. Точка А расположена в первой четверти, точка В – во второй, точка С – в третьей и точка D – в четвертой.

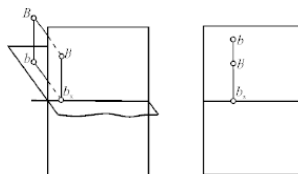


Рис. 9

При расположении точек в первой или четвертой четвертях их **горизонтальные проекции** находятся на передней части горизонтальной плоскости, а на эюре они лягут ниже оси пересечения плоскостей. Когда точка расположена во второй или третьей четверти, ее горизонтальная проекция будет лежать на задней части горизонтальной плоскости, а на эюре будет находиться выше оси пересечения плоскостей.

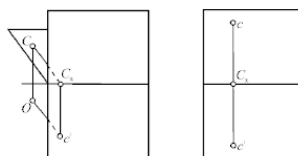


Рис. 10

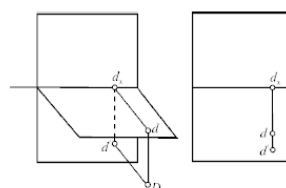


Рис. 11

**Фронтальные проекции** точек, которые расположены в первой или второй четвертях, будут лежать на верхней части фронтальной плоскости, а на эюре будут находиться выше оси пересечения плоскостей. Когда точка расположена в третьей или четвертой четверти, ее фронтальная проекция – ниже оси пересечения плоскостей.

Чаще всего при реальных построениях фигуру располагают в первой четверти пространства.

В некоторых частных случаях точка (E) может лежать на горизонтальной плоскости (рис. 12). В этом случае ее горизонтальная проекция  $e$  и сама точка будут совпадать. Фронтальная проекция такой точки будет находиться на оси пересечения плоскостей.

В случае, когда точка K лежит на фронтальной плоскости (рис. 13), ее горизонтальная проекция  $k$  лежит на оси пересечения плоскостей, а фронтальная  $k'$  показывает фактическое местонахождение этой точки.

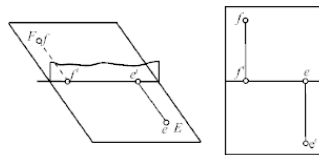


Рис. 12

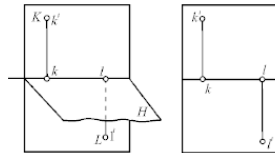


Рис. 13

Для подобных точек признаком того, что она лежит на одной из плоскостей проекций, служит то, что одна ее проекция находится на оси пересечения плоскостей.

Если точка лежит на оси пересечения плоскостей проекций, она и обе ее проекции совпадают.

Когда точка не лежит на плоскостях проекций, она называется **точкой общего положения**. В дальнейшем, если нет особых отметок, рассматриваемая точка является точкой общего положения.

## 2. Отсутствие оси проекций

Для пояснения получения на модели проекций точки на перпендикулярные плоскости проекций (рис. 4) необходимо взять кусок плотной бумаги в форме удлиненного прямоугольника. Его нужно согнуть между проекциями. Линия сгиба будет изображать ось пересечения плоскостей. Если после этого согнутый кусок бумаги вновь расправить, получим эпюр, похожий на тот, что изображен на рисунке.

Совмещая две плоскости проекций с плоскостью чертежа, можно не показывать линию сгиба, т. е. не проводить на эпюре ось пересечения плоскостей.

При построениях на эпюре всегда следует располагать проекции  $a$  и  $a'$  точки  $A$  на одной вертикальной прямой (рис. 14), которая перпендикулярна оси пересечения плоскостей. Поэтому, даже если положение оси пересечения плоскостей остается неопределенным, но ее направление определено, ось пересечения плоскостей может находиться на эпюре только перпендикулярно прямой  $aa'$ .

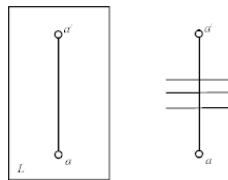


Рис. 14. Построение на эпюре

Если на эпюре точки нет оси проекций, как на первом рисунке 14 а, можно представить положение этой точки в пространстве. Для этого проведем в любом месте перпендикулярно прямой  $aa'$  ось проекции, как на втором рисунке (рис. 14) и согнем чертеж по этой оси. Если восстановить перпендикуляры в точках  $a$  и  $a'$  до их пересечения, можно получить точку  $A$ . При изменении положения оси проекций получаются различные положения точки относительно плоскостей проекций, но неопределенность положения оси проекций не влияет на взаимное расположение нескольких точек или фигур в пространстве.

### 3. Проекции точки на три плоскости проекций

Рассмотрим профильную плоскость проекций. Проекции на две перпендикулярные плоскости обычно определяют положение фигуры и дают возможность узнать ее настоящие размеры и форму. Но бывают случаи, когда двух проекций оказывается недостаточно. Тогда применяют построение третьей проекции.

Третью плоскость проекции проводят так, чтобы она была перпендикулярна одновременно обеим плоскостям проекций (рис. 15). Третью плоскость принято называть **профильной**.

В таких построениях общую прямую горизонтальной и фронтальной плоскостей называют **осью  $x$** , общую прямую горизонтальной и профильной плоскостей – **осью  $y$** , а общую прямую фронтальной и профильной плоскостей – **осью  $z$** . Точка  $O$ , которая принадлежит всем трем плоскостям, называется точкой начала координат.

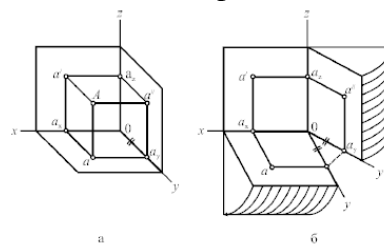


Рис. 15. построение профильной плоскости

На рисунке 15а показана точка  $A$

## **Конец ознакомительного фрагмента.**

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.