СКОРАЯ ПОМОЩЬ СТУДЕНТУ

ЭЛЕКТРОНИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

ШПАРГАЛКА

К ЭКЗАМЕНУ ГОТОВ!

Юлия Валериевна Щербакова
Электроника и электротехника. Шпаргалка

Публикуется с разрешения правообладателя – Литературного агентства «Научная книга»
http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=180803
Электроника и электротехника. Шпаргалка: Аллель-2000; Москва; 2007
ISBN 978-5-9661-0213-5

Аннотация

Все выучить – жизни не хватит, а экзамен сдать надо. Это готовая «шпора», написанная реальным преподом. Здесь найдешь все необходимое по «Общей электронике и электротехнике», а остальное – дело техники. Ни пуха, ни пера!

Данное учебное пособие предназначено для студентов высших и средних специальных учебных заведений, изучающих электронику и электротехнику.

Содержание

Юлия Валериевна Щербакова
Электроника и электротехника. Шпаргалка

1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ. ПОНЯТИЕ О УХПОЛЮСНИКАХ.СОПРОТИВЛЕН ПРОВОДНИКОВ

При анализе электрических цепей важно знать только параметры и способ соединения друг с другом. Активные элементы будем обозначать в основном кружочками со стрелками внутри, указывающими направление ЭДС (рис. 1); для батареи из гальванических элементов используем обозначение, приведенное на рис. 1б.

В сопротивлениях различных элементов электрических цепей происходит процесс преобразования электрической энергии в теплоту. Такие элементы называются резистивными и обозначаются прямоугольниками (см. рис. 1)

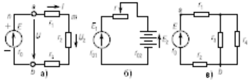


Рис. 1. Примеры схем электрических цепей

Электрические цепи постоянного тока (как и переменного) и, соответственно, их электрические схемы бывают весьма разнообразными. Так, встречаются электрические цепи неразветвленные (рис. 1а и 1б) и разветвленные (рис. 1в), с одним активным элементом (рис. 1а), с двумя (рис.1б) или с большим количеством активных элементов, линейные и нелинейные.

Линейной называется электрическая цепь, параметры которой не зависят от напряжений или токов в цепи. Если параметр хотя бы одного из элементов не остается постоянным при изменении напряжений или токов в цепи, то данный элемент и вся электрическая цепь называются **нелинейными**.

Часть электрической цепи, имеющая два вывода, с помощью которых она соединяется с другой частью цепи, называется **двухполюсником**. Различают **пассивные** и **активные** двухполюсники.

Пассивные двухполюсники содержат только пассивные элементы, **активные** – как **пассивные**, так и **активные** элементы. Например, справа от точек *a* и *b* на рисунке 1в расположена схема пассивного двухполюсника, соединенного с активным двухполюсником, схема которого дана слева от указанных точек. Справа и слева от точек *c* и *d* на рисунке 1 расположены схемы двух активных двухполюсников, а между этими точками – **пассивный двухполюсник**.

Токоведущие части различных элементов электрических цепей изготовляются из проводниковых материалов, которые бывают **твердыми**, **жидкими** и **газообразными**. Основными проводниковыми материалами являются **металлы** и их сплавы.

Если проводник имеет одну и ту же площадь поперечного сечения по всей длине, то его сопротивление равно:

где l – длина проводника, м;

$$r = \frac{\rho l}{S},$$

S – площадь поперечного сечения проводника, м^2;

r – удельное сопротивление материала проводника, Ом/м.

Сопротивление металлических проводников при повышении температуры возрастает. Зависимость сопротивления от температуры выражается следующей формулой:

$r_2 = r_1\ [1 + \alpha(t_1 - t_2)]$,

где t_1 и t_2 – начальная и конечная температуры, °C;

r_1 и r_2 – сопротивления при температурах t_1 и t_2, Ом;

α – температурный коэффициент сопротивления, °C^{-1}.

Сведения об удельных сопротивлениях и температурных коэффициентах проводниковых материалов приводятся в справочной литературе.

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАКОНОВ ОМА И КИРХГОФА ПРИ РАСЧЕТЕ И АНАЛИЗЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Согласно **закону Ома** в замкнутой неразветвленной электрической цепи (рис. 2):

$$I = \frac{E}{r_0 + r_1 + r_2 + r_3}. \qquad (1)$$

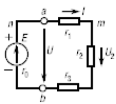


Рис. 2. Незамкнутая электрическая сеть

А в любом пассивном элементе цепи, например с сопротивлением r_2,

$$I = \frac{U_2}{r_2}. \qquad (2)$$

Выражение (1) справедливо при совпадающих направлениях ЭДС E и тока I, а выражение (2) – при совпадающих направлениях напряжения U и тока I, что и следует учитывать при нанесении на схеме стрелок, указывающих положительные направления в случае использования закона Ома.

Согласно **первому закону Кирхгофа** алгебраическая сумма токов ветвей, соединенных в любой узловой точке электрической цепи, равна нулю, т. е.

$$\Sigma I = 0. \tag{3}$$

Со знаком «+» в уравнение следует включать токи, положительные направления которых обращены к узлу, со знаком «–» – токи, положительные направления которых обращены от узла (можно и наоборот).

Согласно **второму закону Кирхгофа** в любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме напряжений на всех резистивных элементах контура, т. е.

$$\Sigma E = \Sigma Ir. \tag{4}$$

Часто в электрических цепях встречаются элементы, между выводами которых имеются те или иные напряжения U (например, напряжение сети, напряжение, снимаемое с делителя напряжения, и т. д.).

Учитывая это, вместо (4) удобнее использовать следующую форму записи второго закона Кирхгофа:

$$\Sigma E = \Sigma Ir + \Sigma U. \tag{5}$$

При этом ЭДС, напряжения и токи, положительные направления которых совпадают с направлением обхода контура при составлении уравнения (5), следует включать в уравнение со знаком «+», а те, положительные направления которых не совпадают с направлением обхода контура, со знаком «–» (можно и наоборот).

При составлении уравнений по **второму закону Кирхгофа** следует включать в них либо ЭДС и падение напряжения во внутренних сопротивлениях активных элементов, либо только их напряжения.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ И ПАССИВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ. ПРОСТЕЙШАЯ ЦЕПЬ С ОДНИМ ПРИЕМНИКОМ

Рассмотрим простейшую **неразветвленную электрическую цепь** (рис. 3). В этой цепи участок *amb* представляет собой **простейший пассивный двухполюсник**, являющийся приемником электрической энергии, участок *anb* – простейший активный двухполюсник, являющийся источником.

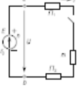


Рис. 3. Схема простейшей электрической цепи

Для рассматриваемой электрической цепи по **второму закону Кирхгофа** можно написать:

$$E = Ir_0 + Ir; \quad (1)$$

$$E = Ir_0 + U. \quad (2)$$

Из приведенных уравнений нетрудно получить формулу для определения тока и соотношение между напряжением и ЭДС источника:

$$I = \frac{E}{r_0 + r} = \frac{E}{r_M}; \quad (3)$$

$$U = E - Ir_0, \quad (4)$$

где rМ $= r_0 + r$ – эквивалентное сопротивление цепи.

При неизменных значениях ЭДС E и внутреннего сопротивления r_0 ток в цепи зависит от сопротивления r приемника. Напряжение источника U (равное в данной цепи напряжению приемника) меньше его ЭДС на падение напряжения Ir_0 во внутреннем сопротивлении источника.

Если умножить (1) и (4) на ток, получим соотношения между мощностями:

$EI = I^2 r_0 + I^2 r$; (5)

$UI = EI - I^2 r_0$. (6)

Правая часть (5) содержит потери мощности во внутреннем сопротивлении $I^2 r_0$ и мощность, потребляемую приемником $I^2 r$. Произведение EI представляет собой мощность, вырабатываемую источником, т. е. электрическую мощность, преобразуемую им из другого вида мощности; например, если это генератор, – из механической мощности.

Если из вырабатываемой мощности вычесть потери мощности во внутреннем сопротивлении источника $I^2 r_0$, получим мощность UI, отдаваемую источником во внешнюю цепь. Мощность, отдаваемая источником в данной цепи, равна мощности, потребляемой приемником, $UI = I^2 r$. В связи с выражениями (5) и (6), а также схемой на рисунке 3 можно сделать вывод: вырабатываемая источником мощность определяется произведением тока на ЭДС, совпадающую по направлению с током, отдаваемая им мощность – произведением тока на напряжение, направленное внутри источника против тока; мощность, потребляемая приемником, определяется произведением тока на напряжение, совпадающее по направлению с током. Такие взаимные направления тока и ЭДС, а также тока и напряжения характерны для источников и приемников и в других электрических цепях. Учитывая это, выражения мощностей, вырабатываемых и отдаваемых источниками, а также потребляемых приемниками, могут быть записаны следующим образом:

$$P_{\text{выр}} = \underline{E}\,\underline{I};\ P_{\text{отд}} = \underline{U}\,\underline{I};\ P_{\text{потр}} = \underline{U}\,\underline{I}$$

Отношение мощности, отдаваемой источником, к вырабатываемой им мощности представляет собой КПД источника:

$$\eta = \frac{P_{\text{отд}}}{P_{\text{выр}}} = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} = \frac{r}{r_0 + r},$$

4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ РЕЗИСТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Последовательным называется такое соединение элементов, когда условный конец первого элемента соединяется с началом второго, конец второго – с началом третьего и т. д. Характерным для последовательного соединения является один и тот же ток во всех элементах.

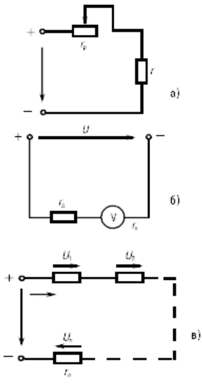


Рис. 4. Схема электрических цепей с последовательным соединением резистивных элементов

Пример: последовательно с приемником *r* часто включается резистор *r*р для регулирования напряжения, тока и мощности приемника (рис. 4а). Для расширения пределов измерения вольтметров последовательно с ними включают добавочные резисторы *r*д (рис. 4б). С помощью реостата, включаемого последовательно в различные ветви цепи двигателя постоянного тока, производят изменение его пускового тока или частоты вращения.

В общем случае при последовательном соединении *n* резистивных элементов (рис. 4в) ток в цепи, напряжения на элементах и потребляемые ими мощности определяются следующими соотношениями:

$$I = U \Big/ \sum_{1}^{n} r_k = \frac{U}{r_M};\ U_k = I r_k;\ P_k = I U_k = I^2 r_k,$$

где $k = 1, 2, ..., n$ – номер элемента;

$$r_э = \sum_{1}^{1} K_n$$

– эквивалентное сопротивление цепи.

Напряжение и мощность всей цепи:

$$U = \sum_{1}^{n} U_n = I \sum_{1}^{n} r_k;\ P = \sum_{1}^{n} P_k = IU = I \sum_{1}^{n} U_k = I^2 \sum_{1}^{n} r_k.$$

Соотношение между напряжениями, мощностями и сопротивлениями элементов:

$$\frac{U_k}{U_l} = \frac{P_k}{P_l} = \frac{r_k}{r_l},$$

где $l = 1, 2, ..., n$ – номер элемента.

Приемники электрической энергии последовательно, как правило, не соединяются, так как при этом требуется согласование номинальных данных приемников, исключается возможность независимого их включения и отключения, а при выходе из строя одного из приемников отключаются также остальные приемники. Чаще их включают параллельно.

5. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ РЕЗИСТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Параллельным называется такое соединение резистивных элементов, при котором соединяются между собой как условные начала всех элементов, так и их концы (рис. 5а). Характерным для параллельного соединения является одно и то же напряжение U на выводах всех элементов. Параллельно соединяются различные приемники электрической энергии и другие элементы электрических цепей, рассчитанные на одно и то же напряжение. При параллельном соединении не требуется согласовывать номинальные данные приемников, возможно включение и отключение любых приемников независимо от остальных, а при выходе из строя какого(либо приемника остальные остаются включенными.

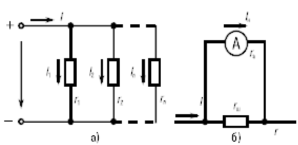


Рис. 5. Схемы электрических цепей с параллельным со-

единением резистивных элементов

Параллельное соединение применяется часто для расширения пределов измерения амперметров (рис. 5б): если ток I в электрической цепи превышает номинальный ток Iном амперметра, параллельно с ним включают шунтирующий резистор rш. Нередко параллельное соединение используют для уменьшения эквивалентного сопротивления какого-либо участка электрической цепи.

Токи и мощности параллельно соединенных ветвей (рис. 5а) при U = const не зависят друг от друга и определяются по формулам:

$$I_k = \frac{U}{r_k} = Ug_k;\; P_k = UI_k = \frac{U^2}{r_k} = U^2 g_k = I_k^2 r_k.$$

Ток и мощность всей цепи:

$$I = \sum_1^n I_k = U\sum_1^n \frac{1}{r_k} = U\sum_1^n g_k = Ug_э = \frac{U}{r_э},$$

$$P_k = \sum_1^n P_k = UI = U\sum_1^n I_k = U^2 g_э = \frac{U^2}{r_э} = I^2 r_э,$$

где

$$g_э = \sum_1^n g_k$$

– эквивалентная проводимость;

rэ = 1 / gэ – эквивалентное сопротивление.

Соотношения между токами, мощностями, проводимостями и сопротивлениями:

$$\frac{I_k}{I_l} = \frac{P_k}{P_l} = \frac{g_k}{g_l} = \frac{r_l}{r_k}.$$

При увеличении числа параллельно соединенных ветвей эквивалентная проводимость электрической цепи возрастает, а эквивалентное сопротивление, соответственно, уменьшается. Это приводит к увеличению тока I. Если напряжение остается постоянным, то увеличивается также общая мощность P; токи и мощности ранее включенных ветвей не изменяются.

6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ,СОДЕРЖАЩИЕ СОЕДИНЕНИЯ РЕЗИСТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТРЕУГОЛЬНИКОМ

Под соединением треугольником (рис. 6а) понимается такое, при котором вывод *К*1 одного из элементов соединяется с выводом *Н*2 второго, вывод *К*2 второго – с выводом *Н*3 третьего, а вывод *К*3 третьего – с выводом *Н*1 первого элемента. Узловые точки *a*, *b* и *c* подключаются к остальной части электрической цепи.

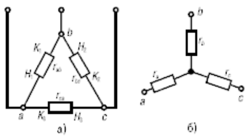


Рис. 6. Схема соединения резистивных элементов треугольником (а) и звездой (б)

Для упрощения анализа и расчета некоторых электрических цепей, содержащих соединения резистивных элементов треугольником, целесообразно заменить их эквивалентными резистивными элементами, соединенными звездой (рис. 6б). Примером подобных электрических цепей являются мостовые цепи (рис. 7а). Как видно, в мостовой цепи резистивные элементы образуют два смежных треугольника (*r*ab, *r*bc, *r*ca и *r*bc, *r*bd, *r*dc) и нет ни одного элемента, который был бы соединен с другими последовательно или параллельно. Это осложняет расчет и анализ электрической цепи. Если заменить, например, резистивные элементы *r*ab, *r*bc и *r*ca, соединенные треугольником, эквивалентными элементами *r*a, *r*b и *r*c, соединенными звездой (рис. 7б), получим цепь со смешанным соединением резистивных элементов.

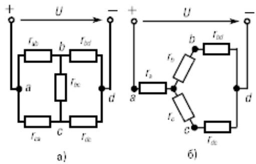


Рис. 7. Схема мостовой цепи (а) и соответствующая ей схема после замены одного из треугольников звездой (б)

Замена треугольника резистивных элементов эквивалентной звездой должна производиться таким образом, чтобы после указанной замены токи в остальной части цепи, а также напряжения между точками *ab*, *bc* и *ca* остались без изменения.

С помощью законов Кирхгофа можно получить следующие формулы для определения сопротивлений эквивалентной звезды:

$$r_a = \frac{r_{ab} r_{ca}}{r_{ab} + r_{bc} + r_{ca}} = \frac{r_{ab} r_{ca}}{\Sigma r_\Delta};\ r_b = \frac{r_{ab} r_{bc}}{\Sigma r_\Delta};\ r_c = \frac{r_{ca} r_{bc}}{\Sigma r_\Delta}. \quad (1)$$

Иногда оказывается целесообразным заменить резистивные элементы, соединенные звездой, эквивалентным треугольником. Соответствующие формулы можно получить путем совместного решения выражений (1).

7. ПОНЯТИЕ ОБ ИСТОЧНИКЕ ТОКА

При расчете и анализе электрических цепей используют источники электрической энергии с параметрами *E* и *r*0, т. е. источники ЭДС, либо источники с указанными напряжениями. Иногда оказывается целесообразным заменить источник ЭДС эквивалентным ему источником тока, параметрами которого являются неизменные по значению ток короткого замыкания *I*k и сопротивление *r*0. Рассмотрим источник тока на примере электрической цепи (см. рис. 8), в которой источник ЭДС заменим эквивалентным источником тока.

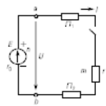


Рис. 8. Электрическая цепь

Источник тока следует считать **эквивалентным** в том случае, если после замены им источника ЭДС значения тока *I*, напряжения *U* и отдаваемой источником мощности *UI* при различных значениях сопротивления *r* внешней цепи остаются без изменения. Это условие будет выполнено, если источник тока будет иметь такую же внешнюю характеристику, какую имеет источник ЭДС.

Воспользуемся указанным соображением для обоснования структуры электрической цепи источника тока. Разделив левую и правую части уравнения внешней характеристики источника ЭДС на сопротивление $r0$, получим

$$\frac{U}{r} = \frac{E}{r_0} - I, \qquad (1)$$

где

$$\frac{E}{r_0} = I_k$$

– ток короткого замыкания источника ЭДС, являющийся вместе с тем одним из параметров источника тока;

$$\frac{U}{r_0} = I_0$$

– некоторый ток, определяемый как частное от деления U на $r0$.

Решив (1) относительно

$$\frac{E}{r_0}, \text{ получим } \frac{E}{r_0} = \frac{U}{r_0} + I,$$

или $Ik = I0 + I$. (2)

Так как токи $I0$ и I определяются путем деления одного и того же напряжения U на соответствующие сопротивления, то в электрической цепи с источником тока должны быть две ветви с соединенными параллельно резистивными элементами $r0$ и r. Согласно (2) параллельно указанным ветвям должна быть включена третья ветвь, содержащая элемент с током

*I*k.

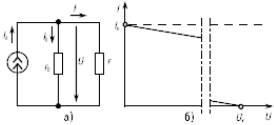


Рис. 9. Схема электрической цепи

Схема электрической цепи, эквивалентная приведенной на рисунке 8, но содержащая источник тока, дана на рисунке 9а. Элемент с током *I* в совокупности с резистором *r*0 и представляет собой источник тока:

$$I = I_к - I_0 = I_к - \frac{U}{r_0}. \qquad (3)$$

Получили уравнение внешней характеристики

I(*U*) источника тока. Уравнение (3) и внешняя характеристика, построенная с помощью этого уравнения (рис. 9б), дадут при любом режиме работы цепи такие же значения тока *I* и напряжения *U*, как и в случае источника ЭДС.

8. МЕТОД ЗАКОНОВ КИРХГОФА. МЕТОД КОНТУРНЫХ ТОКОВ

Покажем на схеме положительные направления известных и неизвестных величин. Сначала следует составить более простые уравнения по первому **закону Кирхгофа**, максимальное число которых должно быть на единицу меньше числа узловых точек. Недостающие уравнения следует составить по **второму закону Кирхгофа**.

В качестве примера составим схему уравнений для определения токов в электрической цепи, схема которой изображена на рисунке 10. Будем считать, что ЭДС и напряжения с их направлениями, а также сопротивления известны. Поскольку данная цепь имеет пять ветвей с неизвестными токами, необходимо составить пять уравнений. Выбрав положительные направления токов *I*1, *I*2, *I*3, *I*4 и *I*5 для узлов *а* и *б*, а также для контуров *агда*, *абга* и *бвгб* при обходе последних по часовой стрелке, получим:

$$I_1 - I_3 + I_4 = 0;\; -I_2 - I_4 + I_5 = 0;$$
$$-E_1 = -I_1(r_1 + r_{01}) - I_3 r_3 - U_1;$$
$$E_1 - E_2 = I_1(r_1 + r_{01}) + I_2(r_2 + r_{02}) - I_4 r_4;$$
$$E_2 = -I_2(r_2 + r_{02}) - I_5 r_5 + U_2.$$

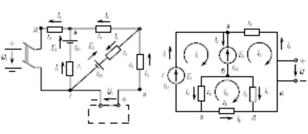


Рис. 10. К расчету разветвленных электрических цепей с помощью законов Кирхгофа

Рис. 11. К пояснению метода контурных токов

Метод контурных токов дает возможность упростить расчет электрических цепей по сравнению с методом законов Кирхгофа за счет уменьшения числа уравнений, которые приходится решать совместно.

Любая разветвленная электрическая цепь состоит из нескольких смежных контуров. Например, в электрической цепи (рис. 10) таких контуров три: *абвга*, *бдвб* и *аедба*. Каждый контур имеет несмежные ветви, принадлежащие лишь данному контуру, и смежные ветви, принадлежащие также соседним контурам. Так, контур *абвга* имеет несмежную ветвь *вга* и две смежные ветви *аб* и *бв*.

Допустим, что в каждом контуре (рис. 11) имеется некоторый контурный ток, одинаковый для всех элементов контура. На рисунке 11 контурные токи обозначены *I*I, *I*II и *I*III. Положительные направления контурных токов могут быть выбраны произвольно. Наложим на контурные токи следующее условие: контурные токи должны быть равны по абсолютному значению токам несмежных ветвей соответствующих контуров.

Если выбрать положительное направление тока несмежной ветви совпадающим с контурным током, то ток ветви должен быть равен контурному току; если же направить ток несмежной ветви против контурного тока, то он должен быть равен контурному току со знаком «–».

Так, токи в несмежных ветвях цепи будут равны: $I_1 = I_{I}$; $I_3 = -I_{II}$; $I_6 = -I_{III}$;

$I_2 = I_1 + I_3 = I_{I} - I_{II}$; $I_4 = I_{I} + I_{III}$; $I_5 = I_{III} + I_{II}$.

Видно, что со знаком «+» должен быть взят тот контурный ток, направление которого совпадает с направлением тока смежной ветви; контурный ток, направленный в противоположную сторону, должен быть взят со знаком «–».

Уравнение по **второму закону Кирхгофа** при включении в него контурных токов в общем случае имеет вид:

$$\Sigma E = \Sigma I_k r_{\ } + \Sigma U_k.$$

Для рассматриваемой цепи (рис. 11) уравнения будут:

$$E_2 = -I_{I} r_{02} + I_{II}(r_{02} + r_3 + r_5) - I_{III} r_5 + U;$$
$$E_1 - E_2 = I_{I}(r_{01} + r_{02} + r_4) - I_{II} r_{02} - I_{III} r_4;$$
$$0 = I_{III}(r_4 + r_5 + r_6) - I_{I} r_4 - I_{II} r_5.$$

9. МЕТОД УЗЛОВОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Метод узлового напряжения дает возможность просто произвести анализ и расчет электрической цепи, содержащей несколько параллельно соединенных активных и пассивных ветвей, например цепи, схема которой изображена на рисунке 12.

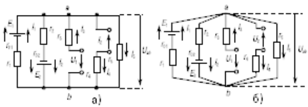


Рис. 12. Схема электрической цепи

Пренебрегая сопротивлением проводов, соединяющих ветви цепи, схему (рис. 12а) можно заменить более удобной для рассмотрения (рис. 12б).

В зависимости от значений и направлений ЭДС и напряжений, а также значений сопротивлений ветвей между узловыми точками *a* и *b* установится определенное узловое напряжение *Uab*. Предположим, что оно направлено так, как показано на рисунке 12, и известно. Зная напряжение *Uab*, легко найти все токи.

Выберем положительные направления токов, например так, как показано на рисунке. Тогда по **второму закону**

Кирхгофа для контура, проходящего по первой ветви,

$$E_1 = I_1(r_1 + r_{01}) + U_{ab},$$

откуда:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{r_1 + r_{01}} = (E_1 - U_{ab})g_1.$$

Поступая аналогичным способом, нетрудно получить формулы для токов *I*2, *I*3 и *I*4:

$$I_2 = (E_2 + U_{ab})g_2;\ I_3 = (U_1 - U_{ab})g_3;\ I_4 = (U_2 + U_{ab})g_4.$$

По закону Ома для пятой ветви:

$$I_5 = \frac{U_{ab}}{r_5} = U_{ab}g_5.$$

Для вывода формулы, позволяющей определить напряжение *Uab*. Преобразуем формулу по первому акону Кирхгофа:

$$U_{ab} = \frac{E_1g_1 - E_2g_2 + U_1g_3 - U_2g_4}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5}.$$

Формула узлового напряжения в общем случае имеет вид:

$$U_{ab} = \frac{\Sigma Eg + \Sigma Ug}{\Sigma g}.$$

Перед определением напряжения по последней формуле следует задаться его положительным направлением. Со знаком «+» должны входить ЭДС, направленные между точками *a* и *b* встречно напряжению *Uab*, и напряжения ветвей, направленные согласно с Uab. Знаки в последней формуле не зависят от направления токов и ветвей.

При анализе и расчете электрических цепей методом узлового напряжения целесообразно выбирать положительные направления токов после определения узлового напряжения. В этом случае положительные направления токов нетрудно выбрать таким образом, чтобы все они совпадали с их действительными направлениями.

10. МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ

Метод наложения основан на том, что в линейных электрических цепях ток любой ветви может быть определен как алгебраическая сумма токов от каждого источника в отдельности.

Расчет электрических цепей методом наложения производят в таком порядке. Из электрической цепи удаляют все источники ЭДС и напряжения, кроме одного. Сохранив в электрической цепи все резистивные элементы, в том числе и внутренние сопротивления источников, производят расчет электрической цепи. Внутренние сопротивления источников с указанными напряжениями полагают равными нулю.

Подобным образом поступают столько раз, сколько имеется в цепи источников.

Результирующий ток каждой ветви определяют как алгебраическую сумму токов от всех источников.

Для того чтобы результирующие токи совпадали с действительными направлениями, целесообразно выбирать положительные направления результирующих токов после определения токов от всех источников.

Метод наложения весьма удобен для анализа явлений, происходящих в электрических цепях при изменении их параметров.

Например, используя метод наложения, нетрудно определить характер изменения токов ветвей в цепи (см. рис. 13) при увеличении ЭДС $E1$ до $E1'$.

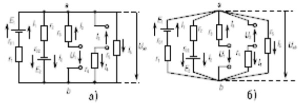


Рис. 13. Схема электрической цепи

Действительно, предположим, что при некоторых параметрах цепи до увеличения $E1$ установились токи, действительные направления которых совпадают с указанными на рисунке 13. Для решения задачи заменим мысленно увеличение ЭДС $E1$ введением в первую ветвь дополнительного источника с $r0$доп $= 0$ и Eдоп $= E1' - E1$. После этого удалим из цепи все источники, кроме источника с ЭДС Eдоп, и определим действительные направления дополнительных токов от этого источника, которые очевидны.

Поскольку дополнительный ток первой ветви $I1$доп будет совпадать по направлению с током $I1$, для определения результирующего тока первой ветви следует воспользоваться формулой $I1' = I1 + I1$доп. На основании данной формулы можно сделать вывод о том, что при увеличении $E1$ ток $I1$ будет возрастать.

К такому же выводу можно прийти и в отношении токов других ветвей, кроме третьей.

Так как дополнительный ток третьей ветви $I3$доп направлен против тока $I3$, то для определения результирующего тока нужно использовать формулу $I3' = I3 + I3$доп. В отношении результирующего тока третьей ветви можно сделать такой вывод: при увеличении ЭДС $E1$ ток $I3$ будет сначала уменьшаться, при некотором значении $E1$ окажется равным нулю, а при дальнейшем увеличении $E1$ изменит направление ($I3 < 0$) и по абсолютному значению будет возрастать.

11. МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Метод эквивалентного генератора дает возможность упростить анализ и расчет электрических цепей в том случае, когда требуется определить ток, напряжение или мощность лишь одной ветви.

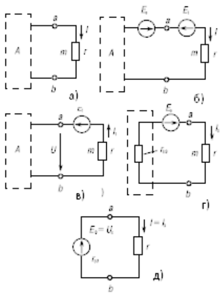


Рис. 14. Схема электрической цепи эквивалентного генератора

Предположим, что требуется найти ток *I* ветви *amb* некоторой электрической цепи (рис. 14а), остальные элементы которой сосредоточены в предела прямоугольника, представляющего собой активный двухполюсник *A*.

Согласно методу наложения ток *I* не изменится, если в данную ветвь ввести два источника, ЭДС которых *E*1 и *E*Э равны и направлены в разные стороны (рис. 14б).

Ток I можно определить как разность двух токов: $I = I$Э + I1,

где I1 – ток, вызванный всеми источниками двухполюсника A и ЭДС E1 (рис. 14в);

IЭ – ток, вызванный только ЭДС EЭ (рис. 14г).

Если выбрать ЭДС E1 таким образом, чтобы получить I1 = 0, то ток I будет равен:

$$I = I_{э} = \frac{E_{э}}{r_{0э} + r},$$

где r0Э – эквивалентное сопротивление двухполюсника A относительно выводов a и b.

Так как при I1 = 0 (рис. 14в) активный двухполюсник A будет работать относительно ветви amb в режиме холостого хода, то между выводами a и b установится напряжение холостого хода $U = Ux$ и по второму закону Кирхгофа получим E1 = I1r + Ux. Но по условию EЭ = E1, поэтому и EЭ = Ux. Учитывая это, формулу для определения тока I можно записать в такой форме:

$$I = \frac{E_{э}}{r_{0э} + r} = \frac{U_{x}}{r_{0э} + r}.$$

В соответствии с последней формулой электрическая цепь (рис. 14а) может быть заменена эквивалентной цепью (рис. 14д), в которой EЭ = Ux и r0Э следует рассматривать как ЭДС и внутреннее сопротивление некоторого эквивалентного генератора.

В результате возможности такой замены и возникло название изложенного метода.

Значения EЭ = Ux и r0Э можно определить как расчетным, так и экспериментальным путем. Для расчетного определения Ux и r0Э необходимо знать параметры элементов активного двухполюсника A и схему их соединения. При определении сопротивления r0Э необходимо удалить из схемы двухполюсника все источники, сохранив все резистивные элементы, в том числе и внутренние сопротивления источников ЭДС. Внутренние сопротивления источников с указанными напряжениями следует принять равными нулю.

12. ПОЛУЧЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНОЙ ЭДС. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Электрические цепи, в которых значения и направления ЭДС, напряжения и тока периодически изменяются во времени по синусоидальному закону, называются цепями синусоидального тока. Иногда их называют просто цепями переменного тока.

Электрические цепи, в которых значения и направления ЭДС, напряжения и тока периодически изменяются во времени по законам, отличным от синусоидального, называются цепями несинусоидального тока.

Генераторы электрических станций переменного тока устроены так, что возникающая в их обмотках ЭДС изменяется по синусоидальному закону. **Синусоидальная** ЭДС в линейных цепях, где содержатся резистивные, индуктивные и емкостные элементы, возбуждает ток, изменяющийся по закону синуса.

Возникающие при этом ЭДС самоиндукции в катушках и напряжения на конденсаторах, как это вытекает из выражений:

$$e = -L\frac{di}{dt};\; i = C\frac{du}{dt},$$

также изменяются по синусоидальному закону, так как производная синусоидальной функции есть функция синусоидальная. Напряжение на резистивном элементе будет также изменяться по синусоидальному закону: $u = ir$.

Целесообразность технического использования синусоидального тока обусловлена тем, что КПД генераторов, двигателей, трансформаторов и линий электропередачи при синусоидальной форме ЭДС, напряжения и тока получается наивысшим по сравнению с несинусоидальным током. Кроме того, при иных формах изменения тока из(за ЭДС самоиндукции могут возникать значительные перенапряжения на отдельных участках цепи.

Важную роль играет и тот факт, что расчет цепей, где ЭДС, напряжение и ток изменяются синусоидально, значительно проще, чем расчет цепей, где указанные величины изменяются по несинусоидальному закону.

Рассмотрим механизм возникновения и основные соотношения, характерные для **синусоидальной ЭДС**.

Для этого удобно использовать простейшую модель – рамку, вращающуюся с постоянной угловой скоростью в равномерном магнитном поле. Проводники рамки, перемещаясь в магнитном поле, пересекают его, и в них на основании закона электромагнитной индукции наводится ЭДС. Значение ЭДС пропорционально магнитной индукции B, длине проводника l и скорости перемещения проводника относительно поля υt : $e = Bl\upsilon t$.

Выразив скорость υt через окружающую скорость υ и угол α, получим: $e = Bl\upsilon \sin \alpha = Em \sin \alpha$.

Угол α равен произведению угловой скорости рамки ω на время t: $\alpha = \omega t$.

Таким образом, ЭДС, возникающая в рамке, будет равна: $e = Em \sin \alpha = Em \sin \omega t$.

За один поворот рамки происходит полный цикл изменения ЭДС.

Если при $t = 0$ ЭДС e не равна нулю, то выражение ЭДС записывается в виде:$e = Em \sin (\omega t + y)$,

где e – мгновенное значение ЭДС (значение ЭДС в момент времени t);

Em – амплитудное значение ЭДС (значение ЭДС в момент времени);

$$\omega t + \psi = \frac{\pi}{2});$$

$(\omega t + \psi)$ – фаза;

ψ – начальная фаза.

Фаза определяет значение ЭДС в момент времени t, начальная фаза – при $t = 0$.

Время одного цикла называется периодом T, а число периодов в секунду – частотой f:

$$f = \frac{1}{T},$$

Единицей измерения частоты является c–1, или герц (Гц).

Величина

$$\omega = \frac{\alpha}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

в электротехнике называется угловой частотой и измеряется в рад/с.

Частота вращения рамки *n* и частота ЭДС *f* связаны между собой соотношением:

$$\omega = 2\pi f = \frac{\pi n}{30},$$

откуда

$$f = \frac{n}{60}.$$

13. ЦЕПЬ, СОДЕРЖАЩАЯ КАТУШКУ С АКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ R И ИНДУКТИВНОСТЬЮ L

Реальная катушка любого электротехнического устройства обладает определенным активным сопротивлением r и индуктивностью L. Участок цепи с индуктивностью L будем рассматривать как участок, обладающий индуктивным сопротивлением x_l. Уравнение напряжений, составленное по **второму закону Кирхгофа** для цепи с r и L, имеет вид: $\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_l$.

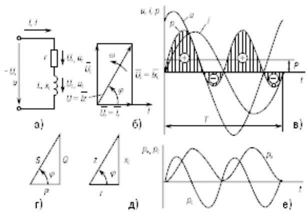


Рис. 15. Цепь, содержащая катушку с активным сопротивлением R и индуктивностью

На векторной диаграмме (рис. 15б) вектор U_r совпадает с вектором тока, а вектор U_l опережает вектор тока на 90°.

Из диаграммы следует, что вектор напряжения сети равен геометрической сумме векторов U_r и U_l. $\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L$, а его значение

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_L^2}.$$

Выразив напряжения через ток и сопротивления, получим

$$U = \sqrt{(Ir)^2 + (Ix_L)^2} = I\sqrt{r^2 + x_L^2}.$$

Последнее выражение представляет собой закон Ома цепи (рис. 15г):

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x_L^2}} = \frac{U}{z}$$

где z – полное сопротивление цепи.

Из векторной диаграммы следует, что напряжение цепи опережает по фазе ток на угол p и его мгновенное значение равно: $\upsilon = U_m \sin(\omega t + \varphi)$.

Графики мгновенных значений напряжения и тока цепи изображены на рисунке 15в.

Угол сдвига по фазе φ между напряжением и вызванным им током определяют из соотношения:

$$\cos\varphi = \frac{U_r}{U} = \frac{Ir}{Iz} = \frac{r}{z} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x_L^2}}.$$

График $p_a(t)$ показывает, что активная мощность непрерывно поступает из сети и выделяется в активном сопротивлении в виде теплоты. Она равна:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T U_{mr} I_m \sin^2 \omega t dt = U_r I = UI \cos\varphi.$$

Мгновенная мощность, обусловленная энергией магнитного поля индуктивности, циркулирует между сетью и катушкой. Ее среднее значение за период равно нулю:

$$P_L = \frac{1}{T}\int_0^T U_{mL} I_m \sin \omega t \times \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) dt = 0.$$

14. ЦЕПЬ, СОДЕРЖАЩАЯ РЕЗИСТИВНЫЙ И ЕМКОСТНОЙ ЭЛЕМЕНТЫ

Участок цепи с емкостью *C* будем представлять как участок, обладающий емкостным сопротивлением *xc*.

В этом случае уравнение напряжений цепи (рис. 16а) имеет вид: $\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_c$

На (рис. 16б) изображена векторная диаграмма цепи *r* и *C*.

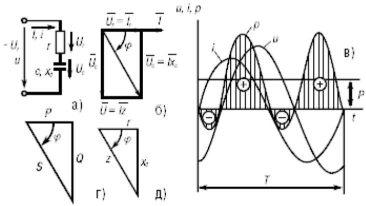


Рис. 16. Электрическая цепь, содержащая резистивный *r* и емкостный *C* элементы (а), ее векторная диаграмма (б), графики мгновенных значений (в), треугольники мощностей и сопротивлений (г и д)

Вектор напряжения $\bar{U}_r$ совпадает с вектором тока, вектор $\bar{U}_c$ отстает от вектора тока на угол 90°. Из диаграммы следует, что модуль напряжения, приложенного к цепи, равен:

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_C^2}.$$

Выразив *Ur* и *Uc* через ток и сопротивления, получим:

$$U = \sqrt{(Ir)^2 + (Ix_C)^2}$$

откуда

$$U = I\sqrt{r^2 + x_C^2}.$$

Последнее выражение представляет собой закон Ома цепи *r* и *C*:

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x_C^2}} = \frac{U}{z}$$

где *z* – полное сопротивление.

Графики *u*(*i*), *i*(*t*) изображены на рисунке 16в. Разделив стороны треугольника напряжений (рис. 16б) на ток, получим треугольник сопротивлений (рис. 16д), из которого можно определить косинус угла сдвига фаз между током и напряжением:

$$\cos\varphi = \frac{r}{z} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x_C^2}}.$$

Мгновенная мощность цепи:$p = ui = I_m \sin\omega t U_m \times \sin(\omega t + \varphi)$

Средняя мощность за период:

$$P_{ср} = \frac{1}{T}\int_0^T ui dt =$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T I_m U_m \sin \omega t \times \sin(\omega t - \varphi) dt = UI \cos \varphi$$

Подставив вместо cos φ его значение, получим $P_{ср} = UI \cos\varphi = UI(r/z) = i^2 r = P$

Таким образом, среднее значение мощности цепи с *r*, *C*, так же как и цепи с *r*, *L*, представляет собой активную мощность, которая выделяется в активном сопротивлении *r* в виде теплоты.

На (рис. 16в) изображен график мгновенной мощности цепи с *r*, *C*.

Энергетические процессы цепи с *r*, *C* можно рассматривать как совокупность процессов, происходящих отдельно в цепи с *r* и *C*. Из сети непрерывно поступает активная мощность. Реактивная мощность, обусловленная электрическим полем емкости, непрерывно циркулирует между источником и цепью. Ее среднее значение за период равно нулю.

15. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ R, L, C

Уравнение напряжений для цепи (рис. 17а) имеет вид: $\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_l + \bar{U}_c$

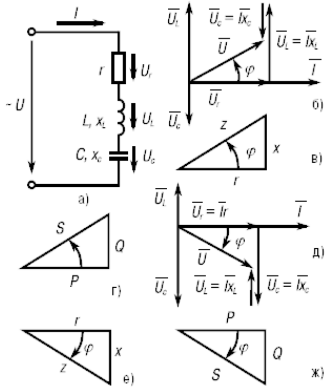


Рис. 17. Электрическая цепь, содержащая последовательно включенные r, L и C (а), ее векторная диаграмма (б), треугольники сопротивлений и мощностей (в и г) цепи при $x_L > x_C$, векторная диаграмма (д), треугольники сопротивлений и мощностей (е и ж) цепи при $x_C > x_L$.

Векторные диаграммы для цепи (рис. 17а) изображены на рисунках 17б и 17в. Вектор напряжения на активном сопротивлении совпадает с вектором тока, вектор напряжения на индуктивности $\bar{U}_l$ опережает вектор тока на 90°, вектор напряжения на емкости $\bar{U}_c$ отстает от вектора тока на 90°. Следовательно, между векторами напряжения на индуктивности и емкости образуется угол в 180°.

Если $x_L > x_C$, то и $UL > \bar{U}_c$ и векторная диаграмма будет такой (см. рис. 17б), а треугольник сопротивлений – на рисунке 17в, где $x = x_L - x_C$. Если $x_C > x_L$, то $U_C > U_L$ и векторная диаграмма будет иметь вид, изображенный на рисунке 17е, где $x = x_C - x_L$.

Значение напряжения, приложенного к цепи:

$$U = \sqrt{(U_r)^2 + (U_L - U_C)^2}.$$

Выразив напряжение через ток и сопротивления, получим

$$U = \sqrt{(Ir)^2 + (Ix_L - Ix_C)^2} = I\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}.$$

Последнее выражение представляет собой закон Ома для последовательной цепи r, L, C:

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}} = \frac{U}{z},$$

где z – полное сопротивление цепи;

x – реактивное сопротивление цепи.

На основании проведенного анализа цепи, состоящей из последовательно соединенных r, L, C, можно сделать следующие выводы.

Если $x_L > x_C$, то напряжение сети опережает по фазе ток на угол φ: $\upsilon = U_m \sin(\omega t + \varphi)$.

Цепь имеет активно(индуктивный характер.

Если $x_C > x_L$, то напряжение сети отстает по фазе от тока на угол φ: $\upsilon = U_m \sin(\omega t + \varphi)$.

Цепь имеет активно(емкостный характер.

16. АКТИВНАЯ, РЕАКТИВНАЯ И ПОЛНАЯ МОЩНОСТИ ЦЕПИ

Активная мощность цепи – $P = U_r I = I^2 r$, Вт.

Реактивная индуктивная мощность цели, обусловленная энергией магнитного поля, – $Q_L = U_L I = I^2 x_L$, ВАР.

Реактивная емкостная мощность цепи, обусловленная энергией электрического поля, – $Q_C = U_C I = I^2 x_C$, ВАР.

Реактивная мощность цепи $Q = Q_L - Q_C = I^2 x$, ВАР,– это та мощность, которой приемник обменивается с сетью. Полная мощность цепи – S – UI = $I^2 z$, ВА, cos φ = коэффициент мощности цепи. Тогда $P = S \cos \varphi = UI \cos \varphi$; $Q = S \sin \varphi = UI \sin \varphi$;

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI.$$

За единицу активной мощности принят ватт (Вт), реактивной мощности – вольт-ампер реактивный (ВАР), полной мощности – вольт-ампер(ВА).

Реактивные (индуктивная, емкостная) **мощности**, обусловленные соответственно энергией магнитного поля индуктивности и электрического поля емкости, не совершают никакой полезной работы, но они оказывают существенное влияние на режим работы электрической цепи. Циркулируя по проводам трансформаторов, генераторов, двигателей, линий передач, они нагревают их. Поэтому расчет проводов и других элементов устройств переменного тока производят исходя из полной мощности, которая учитывает активную и реактивную мощности.

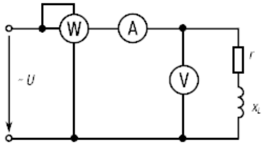


Рис. 18. Схема включения приборов дм измерении активной, реактивной и полной мощностей цепи, а также ее параметров

Коэффициент мощности имеет большое практическое значение: он показывает, какая часть полной мощности является активной мощностью. **Полная мощность** и коэффициент мощности наряду с другими параметрами являются расчетными величинами и в конечном счете определяют габаритные размеры трансформаторов, генераторов, двигателей и других электротехнических устройств.

Измерение активной, реактивной, полной мощностей и cos φ, а также параметров цепи, например r и L, можно произвести с помощью ваттметра, амперметра и вольтметра, включенных в цепь по схеме, изображенной на рисунке 18.

Ваттметр измеряет активную мощность P цепи. Полная мощность цепи равна произведению показаний вольтметра и амперметра.

Реактивную (индуктивную) мощность и коэффициент мощности цепи (рис. 18) определяют расчетным путем по формулам:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2};\ \cos\varphi = \frac{P}{S}.$$

Активное сопротивление находят из формулы:

$$P = I^2 r,\ \text{откуда}\ r = \frac{P}{I^2}.$$

Полное сопротивление цепи -

$$z = \frac{U}{I}.$$

Индуктивное сопротивление -

$$x_L = \sqrt{z^2 - r^2}.$$

Индуктивность L определяют из формулы: $x_L = 2pL$, откуда

$$L = \frac{x_L}{2\pi f}.$$

17. РЕЗОНАНС НАПРЯЖЕНИЙ

Известно, что в механической системе резонанс наступает при равенстве собственной частоты колебаний системы и частоты колебаний возмущающей силы, действующей на систему. Колебания механической системы, например колебания маятника, сопровождаются периодическим переходом кинетической энергии в потенциальную и наоборот. При резонансе механической системы малые возмущающие силы могут вызывать большие колебания системы, например большую амплитуду колебаний маятника.

В цепях переменного тока, где есть индуктивность и емкость, могут возникнуть явления резонанса, которые аналогичны явлению резонанса в механи(

ческой системе. Полная аналогия – равенство собственной частоты колебаний электрического контура частоте возмущающей силы (частоте напряжения сети) – возможна не во всех случаях.

В общем случае под резонансом электрической цепи понимают такое состояние цепи, когда ток и напряжение совпадают по фазе, и, следовательно, эквивалентная схема цепи имеет место при определенном соотношении ее параметров r, L, C, когда резонансная частота цепи равна частоте приложенного к ней напряжения.

Резонанс в электрической цепи сопровождается периодическим переходом энергии электрического поля емкости в энергию магнитного поля и наоборот.

При резонансе в электрической цепи малые напряжения, приложенные к цепи, могут вызвать значительные токи и напряжения на отдельных участках. В цепи, где *r*, *L*, *C* соединены последовательно, может возникнуть резонанс напряжений, а в цепи, где *r*, *L*, *C* соединены параллельно, – **резонанс токов**.

Рассмотрим явление резонанса напряжений на примере цепи (рис. 19).

Как отмечалось, при резонансе ток и напряжение совпадают по фазе, т. е. угол φ = 0, и полное сопротивление цепи равно ее активному сопротивлению:

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = r.$$

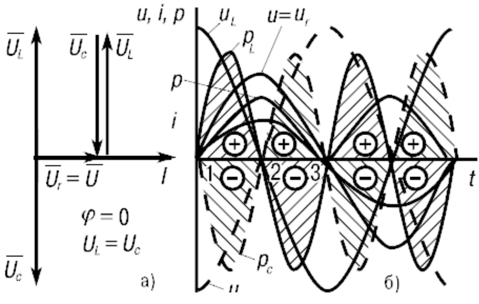


Рис. 19. Явление резонанса напряжений

Это равенство будет иметь место, если $x_L = x_C$, т. е. реактивное сопротивление цепи равно нулю: $x = x_L - x_C$.

Выразив x_L и x_C соответственно через L, C и f, получим:

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}, \text{ откуда } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = f_{\text{рез}},$$

где f – частота напряжения, подведенного к контуру;

$f_{\text{рез}}$ – резонансная частота.

Таким образом, при $x_L = x_C$ в цепи возникает резонанс напряжений, так как резонансная частота равна частоте напряжения, подведенного к цепи.

Из выражения закона Ома для последовательной цепи:

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}}.$$

При резонансе:

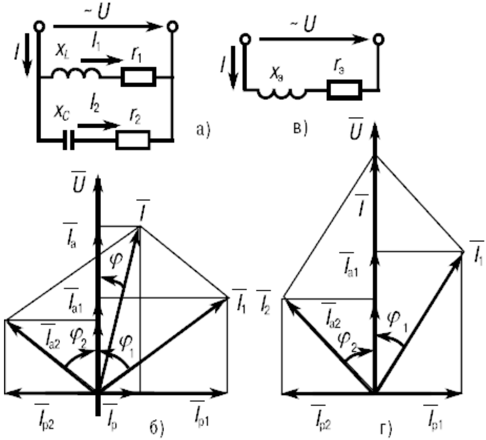
$Ix_L = Ix_C = U_L = U_C$; $U_r = I_r = U$;

$Q = Q_L - Q_C = U_L I - U_C I = 0.$

18. РЕЗОНАНС ТОКОВ

Резонанс токов может возникнуть в параллельной цепи (см. рис. 20а), одна из ветвей которой содержит *L* и *r*, а другая – *C* и *r*.

Рис. 20. Резонанс токов в параллельной цепи



Резонансом токов называется такое состояние цепи, когда общий ток совпадает по фазе с напряжением, реактивная мощность равна нулю и цепь потребляет только активную мощность. На рисунке 20г изображена векторная диаграмма цепи (рис. 20а) при резонансе токов.

Как видно из векторной диаграммы, общий ток цепи совпадает по фазе с напряжением, если реактивные составляющие токов ветвей с индуктивностью и емкостью равны по модулю: $I_{1р} = I_{2р}$.

Общий реактивный ток цепи, равный разности реактивных токов ветвей, в этом случае равен нулю: $I_{1р} - I_{2р} = 0$.

Общий ток цепи имеет только активную составляющую, равную сумме активных составляющих токов ветвей: $I_а = I1а = I_{2а}$.

В идеальном случае, когда

$$r_1 = r_2 = 0,\ f_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

При резонансе токов коэффициент мощности равен единице: $\cos\varphi = 1$.

Полная мощность равна активной мощности: $S = P$.

Реактивная мощность равна нулю: $Q = Q_L - Q_C = 0$.

Энергетические процессы в цепи при резонансе токов аналогичны процессам, происходящим при резонансе напряжений.

Реактивная энергия действует внутри цепи: в одну часть периода энергия магнитного поля индуктивности переходит в энергию электрического поля емкости, в следующую часть периода энергия электрического поля емкости переходит в энергию магнитного поля индуктивности. Обмена реактивной энергией между потребителями цепи и источником питания не происходит. Ток в проводах, соединяющих цепь с источником, обусловлен только активной мощностью.

Для резонанса токов характерно, что общий ток при определенном сочетании параметров цепи может быть значительно меньше токов в каждой ветви. Например, в идеальной цепи, когда $r_1 = r_2 = 0$, общий ток равен нулю, а токи ветвей с емкостью и индуктивностью существуют: они равны по модулю и сдвинуты по фазе на 180°. Резонанс в цепи при параллельном соединении потребителей называется резонансом токов.

Резонанс токов может быть получен путем подбора параметров цепи при заданной частоте источника питания или путем подбора частоты источника питания при заданных параметрах цепи.

19. СПОСОБЫ СОЕДИНЕНИЯ ФАЗ ИСТОЧНИКОВ И ПРИЕМНИКОВ. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ЭДС, НАПРЯЖЕНИЙ И ТОКОВ

Чтобы уменьшить число проводов, отдельные фазы источников соединяют между собой звездой или треугольником.

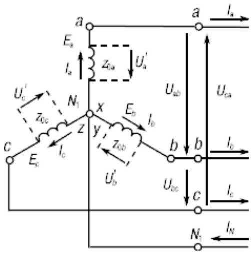


Рис. 21. Схема соединения фаз генератора звездой

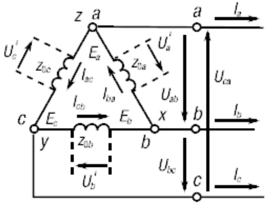


Рис. 22. Схема соединения фаз генератора треугольником

При соединении звездой (рис. 21) концы x, y и z трех фаз объединяют в одну общую, так называемую нейтральную точку N_1. При соединении треугольником (рис. 22) конец x одной фазы соединяют с началом b второй фазы, конец второй фазы – с началом c третьей фазы, а конец z третьей фазы – с началом a первой фазы. В обоих случаях начала a, b и c трех фаз с помощью трех линейных проводов подключаются к приемникам электрической энергии, которые также соединяются **звездой** или **треугольником**.

Способы соединения фаз источников и приемников могут быть как одинаковыми, так и различными. При соединении фаз источника и приемника звездой иногда применяется нейтральный провод, соединяющий нейтральные точки N_1 и N источника и приемника.

Может показаться, что при соединении фаз источника треугольником в замкнутом контуре возникает ток даже при отключенных приемниках. Но это не так, поскольку

$$\underline{E}_a + \underline{E}_b + \underline{E}_c = 0.$$

Электрические цепи при соединении источника треугольником и звездой без нейтрального провода называют **трехпроводными**, при соединении источника звездой с нейтральным проводом – **четырехпроводными**.

В **трехфазных** электрических цепях различают **фазные** и **линейные** напряжения и токи.

Фазными называются напряжения между началами и концами отдельных фаз источника или приемника.

Под **фазными** понимают токи в фазах источника или приемника. Например, на рисунке 21 фазными напряжениями и токами являются U'_a , U'_b , U'_c , I_a, I_b и I_c. На рисунке 22 фазные напряжения и токи обозначены U'_a , U'_b , U'_c , I_{ba}, I_{cd} и I_{ac}.

Линейными называются напряжения между началами фаз источника или приемника либо между линейными проводами. Линейными токами являются токи в трех линейных проводах, соединяющих источник и приемник.

За положительные направления ЭДС источника принимают направления от концов фаз к их началам. Фазные токи направляют согласно с ЭДС, а фазные напряжения – в противоположную сторону.

Линейные напряжения направляют следующим образом: напряжение U_{ab} – от a к b, U_{bc} – от b к c, U_{ca} – от c к a. Линейные токи во всех линейных проводах направляют к приемникам.

20. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ФАЗНЫМИ И ЛИНЕЙНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ ИСТОЧНИКОВ. НОМИНАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Фазные напряжения источника отличаются от его ЭДС вследствие падений напряжения во внутренних сопротивлениях источника, а напряжения приемника отличаются от напряжений источника за счет падений напряжения в сопротивлениях проводов электрической сети. Пока же для упрощения анализа соотношений в трехфазных цепях будем пренебрегать указанными падениями напряжения.

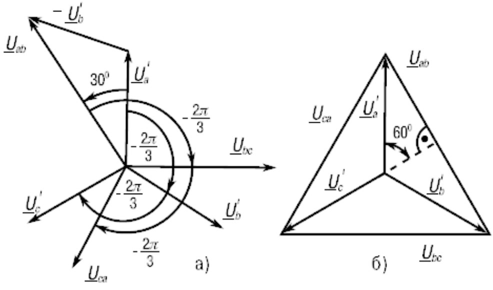


Рис. 23. Векторные диаграммы фазных и линейных напряжений при соединении источника звездой

Применяя **второй закон Кирхгофа** поочередно ко всем фазам, при сделанном допущении и соединении источников звездой получим:

$$\underline{U}'_a = \underline{E}_a,\ \underline{U}'_b = \underline{E}_b,\ \underline{U}'_c = \underline{E}_c.$$

На основании этих выражений можно сделать вывод о том, что если генератор имеет симметричную систему ЭДС, то его фазные напряжения тоже симметричны, а векторная диаграмма фазных напряжений (рис. 23а) не отличается от векторной диаграммы ЭДС генератора.

На основании уравнений по **второму закону Кирхгофа** для контуров N_1abN_1, N_1bcN_1 и N_1caN_1 нетрудно получить следующие уравнения, связывающие линейные и фазные напряжения:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}'_a - \underline{U}'_b;\ \underline{U}_{bc} = \underline{U}'_b - \underline{U}'_c;\ \underline{U}_{ca} = \underline{U}'_c - \underline{U}'_a.$$

Можно построить векторы линейных напряжений U_{ab}, U_{bc} и U_{ca}.

Из векторной диаграммы (рис. 23а) следует, что при соединении источника звездой линейные напряжения равны и сдвинуты по фазе относительно друг друга на угол. Векторы линейных напряжений изображают чаще соединяющими векторы соответствующих фазных направлений, как показано на рисунке 23б. Из векторной диаграммы (рис. 23б) следует, что

$$U_{ab} = 2U'_a \sin 60^o = \sqrt{3}U'_a.$$

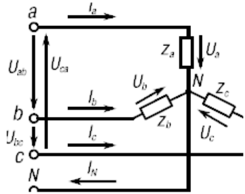


Рис. 24. Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений при соединении источника треугольником

Такое же соотношение существует между любыми другими линейными и фазными напряжениями. Поэтому можно написать, что вообще при соединении источника звездой

$$U'_л = \sqrt{3}U'_ф.$$

Линейные напряжения равны соответствующим фазным напряжениям:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}'_a;\ \underline{U}_{bc} = \underline{U}'_b;\ \underline{U}_{ca} = \underline{U}'_c.$$

Можно написать, что при соединении источника треугольником вообще $U'_л = U'_ф$

Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений при соединении источника треугольником приведена на рисунке 24.

21. СОЕДИНЕНИЯ ПРИЕМНИКОВ ЗВЕЗДОЙ

Из рисунке 25 видно, что при соединении звездой фазные напряжения приемника U_a, U_b и U_c не равны линейным напряжениям U_{ab}, U_{bc} и U_{ca}. Применяя **второй закон Кирхгофа** и к контурам *aNba*, *bNcb* и *cNac*, можно получить следующие соотношения между линейными и фазными напряжениями:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_a - \underline{U}_b;\ \underline{U}_{bc} = \underline{U}_b - \underline{U}_c;\ \underline{U}_{ca} = \underline{U}_c - \underline{U}_a.$$

. Нетрудно построить векторы линейных напряжений (рис. 26).

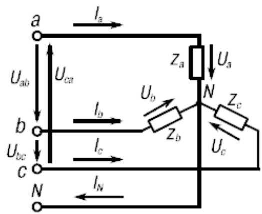


Рис. 25. Схема соединения приемника звездой

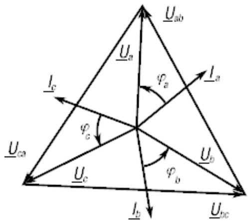


Рис. 26. Векторная диаграмма при соединении приемника звездой в случае симметричной нагрузки

Если не учитывать сопротивлений линейных проводов и нейтрального провода, то следует считать комплексные значения линейных и фазных напряжений приемника равными, соответственно, комплексным значениям линейных и фазных напряжений источника. Вследствие указанного равенства векторная диаграмма напряжений приемника не отличается от векторной диаграммы источника при соединении звездой (см. рис. 26). Линейные и фазные напряжения приемника, как и источника, образуют две симметричные системы напряжений. Между линейными и фазными напряжениями приемника существует соотношение

$U_л=\sqrt{3}U_ф$

Это соотношение справедливо при определенных условиях также в случае отсутствия нейтрального провода, т. е. в **трехпроводной** цепи.

На основании указанного соотношения можно сделать вывод о том, что соединение звездой следует применять в том случае, когда каждая фаза трехфазного приемника или однофазные приемники рассчитаны на напряжение в √3 раз меньшее, чем номинальное линейное напряжение сети.

Из схемы рисунке 25 видно, что при соединении звездой линейные токи равны соответствующим фазным токам: $I_{\text{д}} = I_{\text{ф}}$.

С помощью **первого закона Кирхгофа** получим следующее соотношение между фазными токами и током нейтрального провода:

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = \underline{I}_N.$$

Имея векторы фазных токов, нетрудно построить вектор тока нейтрального провода.

Если нейтральный провод отсутствует, то

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0.$$

22. СОЕДИНЕНИЯ ПРИЕМНИКОВ ТРЕУГОЛЬНИКОМ

Как видно из схемы, каждая фаза приемника при соединении треугольником подключена к двум линейным проводам. Поэтому независимо от значения и характера сопротивлений приемника каждое фазное напряжение равно соответствующему линейному напряжению: $U_ф = U_л$.

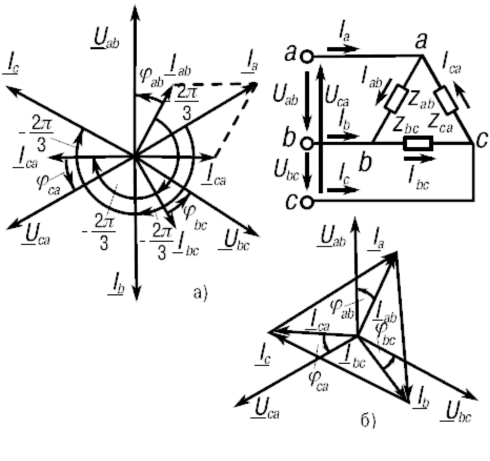


Рис. 27. Соединение фаз приемника треугольником и векторные диаграммы в случае симметричной нагрузки

Если не учитывать сопротивлений проводов сети, то напряжения приемника следует считать равными линейным напряжениям источника.

На основании схемы и последнего выражения можно сделать вывод о том, что соединение треугольником следует применять тогда, когда каждая фаза трехфазного приемника или однофазные приемники рассчитаны на напряжение, равное номинальному линейному напряжению сети. Фазные токи I_{ab}, I_{bc} и I_{ca} в общем случае не равны линейным токам I_a, I_b и I_c. Применяя первый закон Кирхгофа к узловым точкам a, b, c, можно получить следующие соотношения между линейными и фазными точками:

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca};\ \underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab};\ \underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}.$$

Используя указанные соотношения и имея векторы фазных токов, нетрудно построить векторы линейных токов.

При симметричной нагрузке в отношении любой фазы справедливы все формулы, полученные ранее для однофазных цепей, например:

$$I_{ab} = U_{ab} / z_{ab};\ \varphi_{ab} = \arcsin \frac{x_{ab}}{z_{ab}};\ P_{ab} = U_{ab} I_{ab} \cos \varphi_{ab} = I^2{}_{ab} r_{ab};$$
$$Q_{ab} = U_{ab} I_{ab} \sin \varphi_{ab} = I^2_{ab} x_{ab};\ S_{ab} = U_{ab} I^2_{ab} = I_{ab} z_{ab} = \sqrt{P_{ab}{}^2 + Q^2_{ab}}.$$

При симметричной нагрузке:

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_{ф};\ \varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca} = \varphi_{ф};\ P_{ab} = P_{bc} =$$
$$= P_{ca} = P_{ф};\ Q_{ab} = Q_{bc} = Q_{ca} = Q_{ф};\ S_{ab} = S_{bc} = S_{ca} = S_{ф}.$$

При несимметричной нагрузке:

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca};\ Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca};\ \underline{I}_{ab} = \underline{U}_{ab} / Z_{ab};$$
$$\underline{S}_{ab} = \underline{U}_{ab}\underline{I}^{*}_{ab};\ \underline{P}_{ab} = \mathrm{Re}\,\underline{S}_{ab};\ Q_{ab} = \mathrm{Im}\,\underline{S}_{ab};\ \underline{S}_{ab} = \sqrt{P_{ab}^2 + Q_{ab}^2}.$$

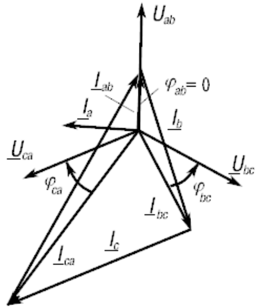


Рис. 28. Соединение фаз приемника треугольником

23. УСТРОЙСТВО И ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ МАГНИТНЫХ УСТРОЙСТВ

Магнитный усилитель (МУ) состоит из двух ферромагнитных магнитопроводов, на каждом из которых расположены рабочая обмотка ОР и обмотка управления ОУ. Для уменьшения потерь мощности магнитопроводы изготовляют из отдельных стальных листов. В некоторых случаях применяют ферритовые магнитопроводы. Рабочие обмотки соединяют, как показано на рисунке, параллельно либо последовательно и подключают к источнику переменного тока.

В цепь рабочих обмоток включен приемник электрической энергии r_n. Обмотки управления соединены последовательно и получают питание от источника постоянного тока. Существенным является то, что обмотки управления включены встречно. Это дает возможность значительно уменьшить переменную составляющую тока в цепи управления, возникающую из-за магнитной связи между обмотками. Часто вместо двух обмоток управления МУ снабжается одной. Чтобы уменьшить переменную составляющую тока в цепи управления, обмотка должна охватывать в этом случае сразу два стержня магнитопроводов.

Цепь обмоток управления является входной цепью МУ, цепь рабочих обмоток – его выходной цепью.

Магнитный усилитель, изображенный на рисунке 29а, называется усилителем с выходом на переменном токе. Если приемник рассчитан на питание постоянным током, то его включают в цепь рабочих обмоток через выпрямительный мост (рис. 29б).

Магнитный усилитель в этом случае называется усилителем с выходом на постоянном токе.

Кроме магнитопроводов прямоугольной формы, МУ имеют магнитопроводы круглой и овальной формы. Вместо двух магнитопроводов некоторые МУ имеют один трехстержневой.

Обычно МУ снабжают несколькими обмотками управления, что дает возможность усиливать одновременно несколько сигналов, а также воздействовать на свойства и характеристику МУ. В зависимости от назначения обмоткам управления присваиваются соответствующие названия (обмотка управления, обмотка обратной связи по току, обмотка смещения и т. д.).

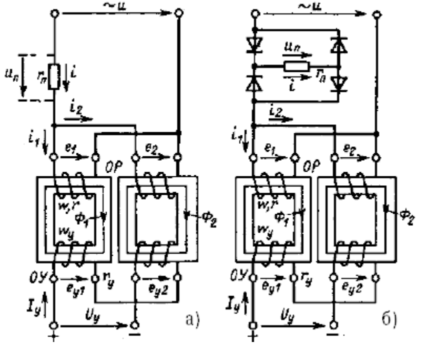


Рис. 29. Схемы МУ с выходом на переменном (а) и постоянном (б) токах

Для выяснения принципа действия МУ рассмотрим зависимость тока i рабочей цепи от степени подмагничивания магнитопроводов постоянным током управления $I_у$. Будем считать сначала, что потери мощности в магнитопроводе, потоки рассеяния и активные сопротивления рабочих обмоток и потребителя равны нулю. На основании известных соотношений для идеализированной катушки с ферромагнитным магнитопроводом можно утверждать следующее.

Если напряжение источника изменяется по закону $u = U_m \sin(\omega t + \pi / 2)$, то при сделанных допущениях $e_1 = e_2 = -u = E_m \sin(\omega t + \pi / 2)$,

$$\Phi_1 = \Phi_m \sin \omega t + \Phi_0,$$

$$\Phi_2 = \Phi_m \sin \omega t - \Phi_0,$$

где Φ_0 – постоянная составляющая магнитных потоков;

при отсутствии подмагничивания постоянным током ($I_у = 0$) $\Phi_0 = 0$.

24. ПОНЯТИЕ О ДВУХТАКТНЫХ И ТРЕХТАКТНЫХ МАГНИТНЫХ УСТРОЙСТВАХ

Существует много вариантов конструктивного исполнения и схем включения МУ. Так, иногда возникает необходимость в том, чтобы изменение направления тока *I*у сопровождалось изменением направления тока приемника постоянного тока либо изменением на 180° фазы тока приемника переменного тока. В этих случаях применяют так называемые двухтактные или реверсивные МУ.

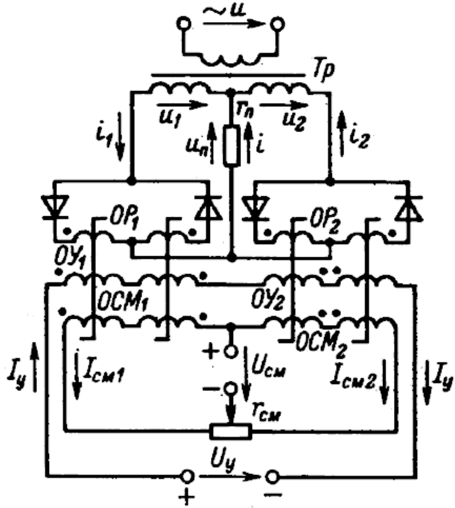


Рис. 30. Схема двухтактного МУ

С помощью двухтактного МУ можно получить харакеристику управления, изображенную на рисунке 30.

При этом отрицательное значение тока $I_{ср}$ при $I_у < 0$ означает изменение на 180° фазы тока приемника в случае МУ с выходом на переменном токе (рис. 30) и изменение направления тока приемника в случае МУ с выходом на постоянном токе.

Двухтактные МУ получают путем соответствующего соединения однотактных усилителей. Одна из схем двухтактных МУ приведена на рисунке 30.

Для повышения коэффициента усиления в цепи двухтактного МУ применена внутренняя обратная связь. Обмотки смещения позволяют получить (при неидентичности характеристик управления однотактных МУ) при $I_у = 0$ ток приемника $I_{ср} = 0$. Последнее осуществляется путем воздействия на резистор $r_{см}$.

Для регулирования тока, напряжения или мощности трехфазных приемников используются трехфазные МУ либо три однофазных. Трехфазные или однофазные МУ, соединяемые по трехфазным схемам, могут иметь выход также и на постоянном токе.

Каждая фаза трехфазного МУ имеет два **магнитопровода**, на которых размещены рабочие обмотки. Для улучшения охлаждения рабочая обмотка, расположенная на каждом магнитопроводе, разбита на две секции, размещенные в двух стержнях **магнитопровода**. Обмотки управления различного назначения охватывают шесть стержней **магнитопроводов** всех фаз.

25. МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Принцип действия **магнитоэлектрических** приборов основан на взаимодействии магнитного поля постоянного магнита и обмотки с током. В воздушном зазоре 1 (рис. 31) между неподвижным стальным цилиндром 2 и полюсными наконечниками *NS* неподвижного постоянного магнита расположена алюминиевая рамка с обмоткой 3, состоящей из ω витков изолированной проволоки.

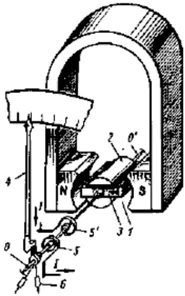


Рис. 31. Магнитоэлектрическая система

Рамка жестко соединена с двумя полуосями O и O', которые своими концами опираются о подшипники. На полуоси O закреплены указательная стрелка 4 и две спиральные пружинки 5 и 5′, через которые к катушке подводится измеряемый ток I, противовесы 6. Полюсные наконечники *NS* и стальной цилиндр 2 обеспечивают в зазоре 1 равномерное радиальное магнитное поле с индукцией B. В результате взаимодействия магнитного поля с током в проводниках обмотки 3 создается вращающий момент. Рамка с обмоткой при этом поворачивается, и стрелка отклоняется на угол α. Электромагнитная сила F

Конец ознакомительного фрагмента.