$$a^n + b^n = c^n$$

Юрий Красков

Чудеса арифметики
от Пьера Симона де Ферма

$$A^x + B^y = C^z$$

12+

Юрий Вениаминович Красков

Чудеса арифметики от Пьера Симона де Ферма

http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=42935599
SelfPub; 2021
ISBN 978-5-532-98628-2

Аннотация

В данной книге показано, как знаменитая научная проблема под названием «Великая теорема Ферма» позволяет раскрывать несостоятельность и недееспособность науки, в которой арифметика по разным историческим причинам лишилась статуса первоосновы всех знаний. Необычный жанр книги назван в ней самой "Научный блокбастер", что означает сочетание остросюжетного повествования в стиле художественной прозы с отдельными фрагментами чисто научного содержания.

Содержание

Юрий Красков
Чудеса арифметики от Пьера Симона де Ферма

Реферат

В рамках обозначенной темы в данной книге:

1. Восстановлены некоторые малоизвестные факты из биографии Пьера Ферма, объясняющие его становление как учёного и особую значимость его творчества.

2. Впервые дано *математическое и общее определение понятия числа*, а также вытекающие из них *новые версии аксиом и базовых свойств чисел*.

3. Показана ошибочность доказательств Евклида, Гаусса и Цермело *Основной теоремы арифметики* (ОТА), без которой рушится фундамент всей науки.

4. Даны комментарии к доказательству ОТА Цермело.

5. Восстановлено доказательство ОТА Ферма методом спуска.

6. Восстановлен неизвестный сегодняшней науке новый и очень простой способ доказательства Ферма частного случая ВТФ для n=4.

7. Показана ошибочность идеи Г. Фрая в основе доказа-

тельства ВТФ Э. Вайлса 1995 г.

8. Реконструировано *доказательство Ферма его Великой Теоремы* на основе нового решения уравнения Пифагора $x^2+y^2=z^2$ методом ключевой формулы и с использованием открытой им формулы под названием *Бином Ферма*.

9. Как следствие доказательства ВТФ сформулированы *Теоремы о волшебных числах*, верность которых подтверждена примерами вычислений.

10. Предложена формулировка *Теоремы Биэла*, раскрывающая суть его гипотезы (*Beal Conjecture*) для уравнения $A^x+B^y=C^z$. Даны примеры вычислений, выполненных согласно этой теореме.

11. Восстановлен авторский способ доказательства *Золотой теоремы Ферма*.

12. Восстановлен способ доказательства грандиозного открытия Ферма о простых числах вида 4n+1.

13. Реконструирован авторский способ решения уравнения Архимеда – Ферма $Ax^2+1=y^2$.

14. Восстановлено доказательство теоремы Ферма о единственном решении уравнения $y^3= x^2+2$.

15. Показаны примеры применения способов решения задач, предложенных Ферма.

16. Показана роль арифметики как основы основ всей науки.

17. Показаны примеры несуществующих наук – история,

информатика и экономика.

18. Даны *определения сущности базовых понятий информатики и экономики*.

19. Впервые дано *общее определение понятия информации*.

20. Предложены *основы информатики* как науки.

21. Предложен *способ систематизации* знаний с применением *Основного закона систем*.

22. Предложен способ обеспечения *экономического прорыва* на основе *ИТ нового поколения*.

23. Предложено *новое понимание сущности денег и их функций*.

24. Предложена *принципиально новая Международная Платёжная Система* с использованием национальных валют в международных расчётах.

25. Дано сущностное понимание *источника прибыли на вложенный капитал*.

26. Исторические эпизоды изложены в стилизованной литературной форме.

27. Выполнена *реставрация надгробной плиты П. Ферма* с русским переводом.

28. Предложено 15 задач без их полного решения в виде загадок в стиле Ферма.

29. Полный список представленных в книге научных проблем состоит из 100 пунктов.

30. Русский оригинал книги переведён автором на англий-

ский язык.

Отзывы и замечания можно присылать на ***c_city2000@mail.ru***

Книга предназначена для широкого круга читателей.

От автора

Представьте себе, что вы решили написать книжку, но такую интересную, чтобы у-ух, дух захватывало! А как начать? Да очень просто, открываете её, эту книжку-то, а там сразу знаменитая картинка с портретом нашего главного героя легендарного Пьера де Ферма из полного собрания всех сохранившихся его письменных работ, которое в начале XX века выпустили Поль Таннери (Paul Tannery) и Чарльз Генри (Charles Henry). Так вот эта картинка теперь уже украшена чудесной формулой под названием «Бином Ферма», о которой нынешняя наука пока ещё и понятия не имеет, хотя опубликована она была ещё в 2008 году.

Рис. 1. Портрет сенатора Пьера де Ферма

ŒUVRES

DE FERMAT

PUBLIÉES PAR LES SOINS DE

MM. PAUL TANNERY ET CHARLES HENRY

$$(x \pm y)^n = z^n = x^n \pm y(x^{n-1} + x^{n-2}z + x^{n-3}z^2 + \ldots + xz^{n-2} + z^{n-1})$$

А следующая картинка – это восхитительная скульптурная композиция. Наш герой такой красавец, а рядом с ним его муза, у которой он черпал своё вдохновение и творил такие чудеса, от которых весь цивилизованный мир ещё с XVII века и до сих пор просто с ума сходит.

Рис. 2. «Пьер Ферма и его муза» в Капитолии Тулузы


FERMAT
1898

А после этой картинки следует изображение страницы из «Арифметики» Диофанта с опубликованным в 1670 году текстом «Великой теоремы Ферма». Вот так сразу и появляется главная тема.

Рис. 3. Страница «Арифметики» Диофанта греческо-латинского издания 1670 г. с задачей VIII и замечанием к ней, ставшим впоследствии *Великой теоремой Ферма* interuallum numerorum 2. minor autem 1 N. atque ideo maior 1 N. + 2. Oportet itaque 4 N. + 4. triplos esse ad 2. & adhuc superaddere 20. Ter igitur 2. adiectis vnitatibus 20. aequatur 4 N. + 4. & fit 1 N. 3. Erit ergo minor 3. maior 5. & satisfaciunt quaestioni.

[illegible]

IN QVAESTIONEM VII.

CONDITIONIS appositae eadem ratio est quae & appositae praecedenti quaestioni, nil enim aliud requirit quam vt quadratus interualli numerorum sit minor interuallo quadratorum, & Canones iidem hic etiam locum habebunt, vt manifestum est.

QVAESTIO VIII.

PROPOSITVM quadratum diuidere in duos quadratos. Imperatum sit vt 16. diuidatur in duos quadratos. Ponatur primus 1 Q. Oportet igitur 16 − 1 Q. aequales esse quadrato. Fingo quadratum a numeris quotquot libuerit, cum defectu tot vnitatum quod continet latus ipsius 16. esto a 2 N. − 4. ipse igitur quadratus erit 4 Q. + 16. − 16 N. haec aequabuntur vnitatibus 16 − 1 Q. Communis adiiciatur vtrimque defectus, & a similibus auferantur similia, fient 5 Q. aequales 16 N. & fit 1 N. $\frac{16}{5}$. Erit igitur alter quadratorum $\frac{256}{25}$. alter vero $\frac{144}{25}$. & vtriusque summa est $\frac{400}{25}$. seu 16. & vterque quadratus est.

[illegible]

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

QVAESTIO IX.

RVRSVS oporteat quadratum 16 diuidere in duos quadratos. Ponatur rursus primi latus 1 N. alterius vero quotcunque numerorum cum defectu tot vnitatum, quot constat latus diuidendi. Esto itaque 2 N. − 4. erunt quadrati, hic quidem 1 Q. ille vero 4 Q. + 16. − 16 N. Caeterum volo vtrumque simul aequari vnitatibus 16. Igitur 5 Q. + 16. − 16 N. aequatur vnitatibus 16. & fit 1 N. $\frac{16}{5}$ erit

[illegible]

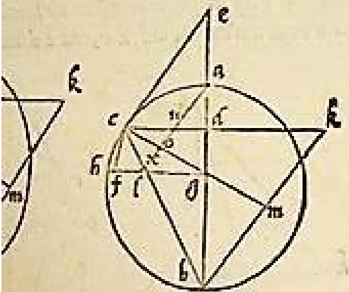
Так ведь это ж про науку, а разве в ней может быть что-то действительно захватывающее?

В той, что нас учат, вряд ли, а в настоящей ещё какие могут быть чудеса! Ведь в отличие от обычной беллетристики наука – это не просто литературное воплощение идеи автора, здесь всё намного сложнее, т.к. он должен отобразить не придуманную им, а самую настоящую реальность, которую всегда можно проверить и если что-то не так, то вся работа пойдёт насмарку. Таковы уж жестокие законы этого жанра. Впрочем, действительно, если просто посмотреть на содержание книжки… здесь какие-то задачи, проблемы, опровержения… внешне выглядит как-то не очень интригующе. Но впечатление изменится, когда мы после чудесных двух картинок сразу раз, и берём быка за рога – даём ещё картинку с настоящими письменными пометками нашего героя на полях одной старинной книжки…

Рис. 4. Запись П. Ферма на полях книги Аполлония Перг-
ского
«Конические сечения»

ndem habeant inter se partes lateris m partes sibi ipsis respondeant: re- d in transuerso latere sumitur, & onem ipsam continget.

mferentia, cuius diameter a b; sumaturq; b eo linea c d ordinatim applicetur: fiat r e e. Dico lineam c e sectionem con- sumpto in ea aliquo puncto f ordinatim ur a l, b k, quæ ipsi c e æquidistent: & iun- r. Itaque quoniam ut b d ad d a, ita est



tem b e ad e a, ita b c ad c x, hoc est b k ad est igitur a n ipsi n x. & propterea rectan- linea n x ad x o maiorem habet propor a k b ad b m. ergo k b ad b m maiorem ; rectangulum, quod fit ex k b, a n maius ngulum ex k b, a n ad quadratum c e ma lum ex m b, a o ad quadratum c e. at ue- c e, sic rectangulum b d a ad quadratum a n d, e c d. & ut rectangulum ex m b, a o

F

A

4. sexti.

2. sexti

9. quinti.

B

C

14 ad datu punctu [illegible]

и сразу за ней вдруг… бабах!!!

Рис. 5. Страница издания «Арифметики» Диофанта 1621 г.и восстановленный текст записи на полях *Великой теоремы Ферма* teruallo quadratorum, & Canones iidem hic etiam locum habebunt, vt manifestum est.

QVÆSTIO VIII.

PROPOSITVM quadratum diuidere in duos quadratos. Imperatum sit vt 16. diuidatur in duos quadratos. Ponatur primus 1 Q. Oportet igitur 16 − 1 Q. æquales esse quadrato. Fingo quadratum à numeris quotquot libuerit, cum defectu tot vnitatum quot continet latus ipsius 16. esto à 2 N. − 4. ipse igitur quadratus erit 4 Q. + 16. − 16 N. hæc æquabuntur vnitatibus 16 − 1 Q. Communis adiiciatur vtrimque defectus, & à similibus auferantur similia, fient 5 Q. æquales 16 N. & fit 1 N. $\frac{16}{5}$. Erit igitur alter quadratorum $\frac{256}{25}$. alter verò $\frac{144}{25}$. & vtriusque summa est $\frac{400}{25}$ seu 16. & vterque quadratus est.

ΤΟΝ ἐπιταχθέντα τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ιϛ διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. καὶ τετάχθω ὁ πρῶτος δυνάμεως μιᾶς. δεήσει ἄρα μονάδας ιϛ λεῖψει δυνάμεως μιᾶς ἴσας εἶναι τετραγώνῳ. πλάσσω τὸν τετράγωνον ἀπὸ ςς. ὅσων δή ποτε λεῖψει τοσούτων μο. ὅσων ἐστὶν ἡ τῶν ιϛ μο. πλευρά. ἔστω ςς β λεῖψει μο. δ. αὐτὸς ἄρα ὁ τετράγωνος ἔσται δυνάμεων δ μο. ιϛ [λεῖψει ςς ιϛ.] ταῦτα ἴσα μονάσι ιϛ λεῖψει δυνάμεως μιᾶς. κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. δυνάμεις ἄρα ε ἴσαι ἀριθμοῖς ιϛ. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ιϛ πέμπτων. ἔσται ὁ μὲν σνϛ εἰκοστοπέμπτων. ὁ δὲ ρμδ εἰκοστοπέμπτων, καὶ οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσι υ εἰκοστοπέμπτα, ἤτοι μονάδας ιϛ. καὶ ἔστιν ἑκάτερος τετράγωνος.

QVÆSTIO IX.

RVRSVS oporteat quadratum 16. diuidere in duos quadratos. Ponatur rursus primi latus 1 N. alterius verò quotcunque numerorum cum defectu tot vnitatum, quot constat latus diuidendi. Esto itaque 2 N. − 4. erunt quadrati, hic quidem 1 Q. ille verò 4 Q. + 16. − 16 N. Cæterum volo vtrumque simul æquari vnitatibus 16. Igitur 5 Q. + 16. − 16 N. æquatur vnitatibus 16. & fit 1 N. $\frac{16}{5}$ erit ergo primi latus $\frac{16}{5}$.

ΕΣΤΩ δὴ πάλιν τὸν ιϛ τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. τετάχθω πάλιν ἡ τοῦ πρώτου πλευρὰ ς ἑνός, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου ςς ὅσων δήποτε λεῖψει μο. ὅσων ἐστὶν ἡ τοῦ διαιρουμένου πλευρά. ἔστω δὴ ςς β λεῖψει μο. δ. ἔσονται οἱ τετράγωνοι ὃς μὲν δυνάμεως μιᾶς, ὃς δὲ δυνάμεων δ μο. ιϛ λεῖψει ςς ιϛ. βούλομαι δὲ τοὺς δύο λοιποὺς συντεθέντας ἴσους εἶναι μο. ιϛ. δυνάμεις ἄρα ε μο. ιϛ λεῖψει ςς ιϛ ἴσαι μο. ιϛ. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ιϛ πέμπτων. ἔσται ἡ μὲν τοῦ πρώτου πλευρὰ ιϛ πέμπτων,

C autem in duos C
aut QQ in duos QQ
nullam fas est
dividere
Tique Probatio
census methodo.
Secundo casus
nullam propter
2aalb non quad-
rat.
Novus Pythagoras
equation resolution
$A^2B = 2Q$
Potest computare
infinitas a+b−c
a+bb−cc
Et generaliter
nullam in infi-
nitum ultra quad-
ratum potestatem
in duos ejusdem
nominis fas est
Ejus formula pro-
batio methodo.
Potest autem com-
putare infinitas
C+QQ=CQ

Ой, что это???... Да этого же просто не может быть!!! Даже глазам не верится, страничка из той же «Арифметики» Диофанта», только более ранней от 1621 года издания из личного экземпляра книги Ферма с записью на полях его самой знаменитой теоремы, от которой весь учёный мир лихорадит до сих пор! И откуда она здесь взялась эта книга-то? Она ведь была потеряна!

А вот оттуда! Она так хорошо была спрятана, что до сих пор о ней никто и не знал!

Та-ак… и что же дальше?

А то, что эта формула «Бином Ферма» как раз из этой нашей книжки, где она будет выведена, и легко убедиться, что она настоящая. Бери два любых числа x, y, и третье z их сумму, (или разность), подставляй в формулу и всё будет тик в тик! Разве не любопытно?

Ну и какой же прок от этой формулы и в чём уж её такая значимость?

Так без неё-то эта самая Великая теорема Ферма так и останется недоказанной!

Да-а, неужели Ферма утаил от всех такое сокровище?

Ну что же, это хороший вопрос. Во всяком случае сюжет уже закручивается в нужную сторону и довольно лихо …хотя это даже ещё не начало, а так, только легкий аперитив, но уже действует-то ох как хорошо!

А правда, что за эту теорему были обещаны большие деньги?

Хм, обещаны – да, и даже выплачены … но вовсе не за ВТФ!

Как это так, а за что же?

За то, что ошибка обнаружилась в доказательстве, но наука 25 лет в упор её не замечала.

Так выходит, что вся эта наша работа с книжкой пойдёт мимо кассы?

Ну вот, ещё один хороший вопрос. Впрочем, уже давно известно, что за науку денег не платят. Вот если… как бы за… занятие наукой… или заботу о ней… ну ради блага государства, то это да, здесь крутятся миллиарды, а вот самой-то науки как не было никогда, так нет и теперь.

Так может быть нам насвистеть здесь в этой книжке-то что-нибудь этакое, чтобы нам из этих миллиардов что-нибудь перепало?

Ну уж нет, тогда её никто и читать-то не будет, да и все места у раздачи денег уже давно заняты. Придётся делать эту книжку с настоящей наукой, но для этого нужно задействовать особые подходы и принципы. В частности, главный принцип должен заключаться в том, чтобы все затронутые здесь темы содержали тайны, причём такие, которые скрыты не иначе…как это говорится-то… ах да, за семью печатями!

Ого, сказать-то можно…

И более того, об этом должно быть заявлено заранее, (мы сейчас это и делаем), что даже в относительно спокойных местах изложения ни у кого не должно быть сомнений в том, что в каждой теме где-то что-то обязательно должно очень сильно удивить или даже потрясти! Нет, не в прямом смысле, конечно. Скажем, даётся, в каком-то месте спокойное разъяснение каких-то сущностей или их составляющих и вдруг неожиданно… бабах!!! И выясняется, что здесь-то и прячется потрясающая тайна, которая скрывалась под видом того, что длительное время было известно, но не привлекало никакого внимания. Другой принцип – это из всех раскрытых нами тайн, (а их здесь более сотни!!!), оставить какую-то долю, (скажем, десятка полтора!), нераскрытыми. А то ведь дети обидятся, что им ничего не оставили для собственных открытий…

!!!… Какие ещё дети?

Ах да, мы чуть не забыли сказать, что книжка-то эта в основном детская. Большинство взрослых такой основательной науке уже не переучишь. Понятно, что им слышать такое очень обидно, но мы, конечно, об этом не будем трубить на весь мир и даже соблюдём приличия – из всех задач фундаментальной науки, о которых мы расскажем, только самые лёгкие выделим специально для детей. Они-то этому будут ох как рады, ведь среди них будет… и сама ВТФ!!! Да, именно в этой нашей книжке впервые за всю историю ВТФ эта проблема, и не просто проблема, а одна из фундаментальных основ науки (!!!), будет решена в развёрнутом виде, причём вместе с некоторыми другими имеющими отношение к ней проблемами. В этом смысле ВТФ станет для нас путеводной звездой, а её первооткрыватель Пьер Ферма – нашим наставником, от которого мы напрямую (!) будем получать все необходимые нам сведения.

Однако ВТФ – это только одна из целой сотни задач, которые также впервые (!!!) получат здесь решения. Вместе с решением проблемы ВТФ появится ещё целый ворох других очень впечатляющих задач, которые обрадуют многих детишек и заинтересуют их на долгое время. А мы будем очень сильно стараться привлечь их внимание, тогда глядишь они и взрослых втянут в эту игру. Если сравнивать значимость решаемых здесь задач, то неоспоримое лидерство останется за ВТФ, хотя по трудности её решения она совсем не сложная и с ней запросто справятся учащиеся средней школы… Сомневаетесь? Так ведь это же задача из XVII века, а вот сегодняшние будут потруднее, но, чтобы их решать, нужно иметь надёжный фундамент знаний и ВТФ – это один из его краеугольных камней.

О других задачах мы ещё расскажем в подробностях, и они тогда перестанут быть тайной за семью печатями, а вот те, которые мы только назовём, но не раскроем до конца будут очень даже любопытными. Взять хотя бы, к примеру, одну проблему астрономов, у которых накопились огромные коллекции записей космических сигналов электромагнитного излучения со всех областей звёздного неба. А что делать с ними, они до сих пор не знают. То ли это братья по разуму с нами общаются, то ли это просто естественное излучение. Денег потрачено немерено на гигантские радиотелескопы и кучу людей, на них работающих, а толку никакого. Вот бедолаги-то!

А мы знаем способ, как можно отличать разумные сигналы от естественных, но пока скромно об этом умолчим. Ведь знаем мы это только потому, что раскроем здесь одну из величайших тайн науки об определении сущности феномена информации. Сегодняшняя-то наука, понятное дело, в этом вопросе ни бум-бум. Но как только мы её, ну эту сущность информации, проясним, то кроме нас и другие смогут тогда догадаться, как можно анализировать электромагнитные сигналы на предмет их разумного происхождения.

Начнём же мы подбираться к решению этой задачи через проникновение в самую главную проблему всей науки – это определение сущности феномена числа, в чём наука, к нашему большому сожалению, также ни бум-бум, впрочем, как и во многих других таких же «простых» вопросах. И вот теперь, когда речь заходит о самой главной сущности, способной отображать все другие сущности, (да, да, это о числе!), мы уже можем видеть, что дело принимает куда более серьёзный оборот, и подвижки нас ожидают такие, каких не было даже за всю обозримую историю нашей цивилизации!!!

Опять сомневаетесь? Но вот потому-то и ни за что не догадаетесь, что это за подвижки, а когда узнаете, то вряд ли поверите, что это возможно, но ведь тайны за семью печатями другими не бывают. Пока до них кто-то не доберётся и не начнёт их потихоньку раскрывать, все так и будут оставаться в неведении относительно того, как многое в этом мире устроено и почему об этом лучше знать, чем жить в неведении о существовании замечательного мира науки, где главенствуют совершенство и точность. Да и просто любопытно ведь узнать, как выглядят, например, доказательства теорем Ферма, оказавшиеся недоступными даже величайшим учёным. Теперь же есть книга, позволяющая всем желающим увидеть воочию все эти сокрытые и сокровенные тайны, неведомые сегодняшней науке, и получить тем самым уникальную возможность подняться на недосягаемую доселе высоту.

Iacques de Billy,

Достаточно увидеть в заглавии нашего труда имя Ферма, чтобы предположить в нём нечто великое. Ведь то был столь замечательный муж, что он не мог создать ничего мелкого, даже среднего: ум его сиял таким блеском, что не терпел ничего тёмного. Можно сказать, что он подобен солнцу, в миг разгоняющему сумрак и проливающему ослепительный свет своих ярких лучей даже в бездны. До сих пор все поражались Диофанту, и это вполне заслуженно; но, как бы велик он ни был, это пигмей в сравнении с таким гигантом, который проделал долгий путь по всему миру математики, исколесив невиданные дотоле земли. Виету восхваляли все те, кто в нашем веке посвятили себя изучению алгебраических операций, так что для прославления какого-нибудь учёного достаточно было сказать, что в труде по анализу он следовал мысли этого автора. Но и он не достиг вершин науки, что станет ясно из многих объясненных ниже примеров. Перед Клодом Гаспаром Баше я всегда преклонялся как перед человеком тончайшего ума; в добавок он был моим близким другом, а его изыскания о Диофанте прекрасно показывают, насколько проницателен он был в науке о числах. Но его взор слабее, если сравнить его с рысьими глазами нашего Ферма, проникавшими в самые сокровенные глубины.

Жак де Би л ь и (Jacques de Billy), 1670 г.

Священник и профессор математики

Введение

В содержании книги основная тема представлена состоящей из трёх десятков пунктов. В этом не было бы ничего особенного, если бы все эти пункты не содержали… самые настоящие и невероятно громкие сенсации! Но сказать об этой книжке только это, означало бы не сказать о ней ничего. Одна только иллюстрация восстановленного нами реального (!) текста на полях пропавшей книги, (см. рис. 5), может вызвать у знатоков основной темы настоящий шок! «Неужели это та самая книга с пометками Пьера Ферма на полях?», – подумают они. Но нет, пока ещё эта книга недоступна. А поскольку нам всё же удалось узнать, что́ на самом деле было записано на её полях там, где должна располагаться Великая теорема Ферма, то мы изобразили эту запись всеми доступными нам средствами. Если же сравнить этот восстановленный текст с тем, который был опубликован ещё в 1670 году, (см. рис. 3), то станет очевидно, что это совершенно разные записи!

Впрочем, в наше время Интернет буквально заполонён истошно кричащими заголовками о неких сенсациях, которых на самом-то деле нет, а прибегают к ним только для поднятия статистики просмотров. Когда же речь идёт о науке, то если и есть действительно сенсации, то только в дозах не уловимых никакой статистикой. Проблема здесь в том, что оценки в заголовках дают сами же распространители информации, доверять которым явно не стоит. Что же касается содержания данной книги, то здесь ситуация принципиально иная, поскольку все данные здесь оценки и выводы может проверить самый что ни есть объективный и неподкупный судья, т.е. обычный калькулятор, и все желающие всегда могут к нему обратиться.

В частности, если возникнут подозрения в том, что восстановленная запись Ферма на полях – это не более чем очередная фальшивка среди моря всяких других, то они окажутся не только неконструктивны, но и отвергающие саму возможность узнать настоящее решение знаменитой научной проблемы. Если же этот фактор не учитывать, то упорствующие в таких подозрениях рискуют оказаться в очень даже глупом положении, т.к. в этой самой восстановленной записи есть как раз то, о чём наука до сих пор не имела ни малейшего представления. Ведь для неё ВТФ всегда была всего лишь головоломкой, которую более трёх веков так и не смогли разгадать.

Такое пренебрежительное отнесение одной из фундаментальных научных проблем к сфере интеллектуальных развлечений привело к тому, что реальная наука стала уступать место идеям, не имеющим с ней ничего общего. В итоге получилось так, что все справочники и энциклопедии в унисон и безапелляционно сообщают нам, мол проблема ВТФ давно решена, а на самом деле наука и понятия не имеет о том, как реально обстоят дела в действительности. Если бы это и на самом деле было так, то последствия оказались бы настолько существенными, что радикально изменили бы состояние вообще всей науки в целом!!!

Не верите? Ну что ж, судите сами, вот лишь одно из таких последствий. Если ВТФ доказана, т.е. решение в целых числах уравнения Ферма $a^n+b^n=c^n$ при $n>2$ невозможно, то это уравнение оказывается единственным (!!!) исключением из более общего случая $A^x+B^y=C^z$, в котором можно для любых (!!!) заданных натуральных x, y, z, кроме, естественно, $x=y=z>2$, вычислить сколько угодно (!!!) решений в целых числах! Ну и как? Разве наука знает, как решать это общее уравнение? Конечно, нет. А может быть она хоть что-нибудь знает о детских уравнениях Ферма с волшебными числами? Или о чудесной формуле «Бином Ферма»? Тоже нет. Впрочем, об этой формуле каким-то невероятным образом догадался советский писатель-фантаст Александр Казанцев, но математики не могли помочь её вывести, вот и пришлось ему вместо эффектного уравнения, (см. рис. 1), демонстрировать пустой муляж.

Видимо он и не подозревал, что ему надо было обратиться за помощью не к математикам, а к детям, тогда и результат его фантастической догадки появился бы намного раньше данной книжки, где эта формула выведена как раз к месту, т.е. в восстановленном доказательстве ВТФ от самого Ферма! Если же об этом доказательстве, (полученном ещё аж 365 лет назад!!!), узна́ют дети, которые учатся в обычной средней школе, то они легко справятся и с решениями уравнений, содержащих волшебные числа. Эти-то числа, в отличие от некоторых, с которыми работают математики, настоящие, т.к. они подчиняются основной теореме арифметики (ОТА). Но беда в том, что сегодняшняя наука даже и не подозревает, что эта самая фундаментальная из всех теорем до сих пор не доказана!!!

Ведь если бы науке стало об этом известно, то у неё не было бы иного выхода, как принять ОТА в качестве аксиомы, т.к. иначе сама наука просто исчезла бы и её тогда не могло быть вообще! Теперь же для неё станет настоящим сюрпризом узнать о том, что проблему доказательства ОТА решил опять-таки тот же Пьер Ферма, причём он использовал для этого свой брэнд под названием «метод спуска». Однако он не мог своё доказательство обнародовать, поскольку это указывало бы на замеченную им ошибку в доказательстве Евклида, а это, не то, что в те времена, но и теперь никак непозволительно, т.к. боги по определению не могут ошибаться. Любопытно и то, что, не заметив ОТА в «Началах» Евклида, даже такой исполин науки, как Карл Гаусс, в точности повторил его ошибку, что видимо также указывает на его истинно божественное происхождение.

В этой книге доказательство ОТА, полученное Ферма, теперь также, как и ВТФ, восстановлено и уже лазейки для проникновения в науку всяких псевдо чисел закрыты, хотя очиститься от них будет совсем не просто, поскольку прецедент для них создал не кто иной, как величайший учёный и математик Леонард Эйлер! Косвенно к этому оказался причастен и Карл Гаусс, доказавший «основную теорему алгебры», которая без этих якобы чисел, получивших название «мнимые» или «комплексные», была бы неверна. Задолго до Эйлера и Гаусса такие известные учёные, как Лейбниц и Кардано высказали своё категорическое неприятие «чисел» такого рода. Но они-то и не знали, что вот эти казанцевские мнимы не подчиняются ОТА, поскольку лишь в 1847 году это пренеприятнейшее известие впервые всему учёному миру поведал Эрнст Куммер. Однако почему-то этот самый учёный мир и до сих пор упорно не желает избавиться от иллюзии того, чего на самом деле нет вообще! Например, вызывающая восторг формула Эйлера $e^{i\pi}+1=0$ на самом деле есть полная нелепица, не имеющая к науке никакого отношения, кроме разве что того, чтобы учить детей не верить в реальность таких фокусов. Ведь здесь даже им очевидно, что $e^{i\pi}=-1=i^2$, а это уж точно явная туфта, т.к. находящееся здесь мнимое число $i=\sqrt{-1}$ делает мнимым и бессмысленным всё, в чём оно присутствует.

Главный герой нашего повествования Пьер Ферма даже в жутких снах не мог бы себе представить, что только одна из целой сотни его задач [30] сможет даже через 325 лет после первой публикации его трудов дискредитировать науку так, что она окажется не просто недееспособной, но и в буквальном смысле стоящей вверх ногами! Как раз в период 1993-1995 гг. произошли сразу два события, имеющих отношение к ВТФ. Первое – это гипотеза Эндрю Биэла об уравнении $A^x+B^y=C^z$, якобы позволяющая доказать ВТФ в одном предложении, и второе – это никем до сих пор не понятое «доказательство» ВТФ Эндрю Вайлса, весть о котором каким-то невероятным образом появилась в газете «Нью Йорк Таймс» аж на два года раньше его самого! Но тогда было просто невозможно себе представить, что будет, когда аж через 25 лет вдруг обнаружится, что оба эти события – это чистые недоразумения!!!

Гипотеза Биэла по трудности её доказательства годится разве что для детей школьного возраста. Но это же просто уму непостижимо, как же её до сих пор не могли доказать даже за премию в целый миллион долларов!!! Другая не менее удивительная сторона этой гипотезы – это непонимание того, каким образом она связана с доказательством ВТФ, т.к. то, что написано по этому поводу в Википедии, является полным абсурдом. Тем не менее, Эндрю Биэл, учредивший за свою гипотезу такую большую премию, явно заслуживает всеобщего уважения, т.к. он таким своим шагом обратил внимание науки на тему, которая имела место ещё у Ферма в упомянутой выше восстановленной записи ВТФ на рис. 5.

Объявленный конкурс на доказательство гипотезы Биэла не позволяет нам в рамках этой книги внести ясность в решение этой проблемы, т.к. это может вызвать в научном мире настоящий переполох. Несмотря на простоту доказательства этой гипотезы, его последствия станут громкой сенсацией, поскольку они позволят действительно получить самое простое доказательство ВТФ. С другой стороны, это будет слишком скромный результат для гипотезы Биэла, потому что её научный потенциал несопоставимо более мощный и впечатляющий. Чтобы исправить эту ситуацию в наилучшую сторону, в данной книге будет предложена более содержательная формулировка этой задачи под названием «Теорема Биэла», которая не только подтверждает верность гипотезы, но и открывает возможности решать уравнение $A^x+B^y=C^z$ для любых натуральных степеней, кроме случая $x=y=z>2$.

Что же касается «доказательства» ВТФ Вайлса, то оно держится только на идее Герхарда Фрая, где опять-таки, (в который уже раз за прошедшие 350 лет!), была допущена элементарная ошибка!!! Тогда, если что-то и было доказано, то это полная неспособность науки замечать подобные ошибки, которым она должна обучать школьников. В итоге эти события происходили так, что по проблеме ВТФ и её обобщения в виде гипотезы Биэла наука вновь оказалась жертвой недоразумений, т.е. нынешняя ситуация с решением проблемы ВТФ стала теперь ничуть не лучше той, которая была 170 лет назад, когда немецкий математик Эрнст Куммер предоставил доказательство частных случаев ВТФ для простых чисел из первой сотни натурального ряда.

При том объёме знаний, которым располагает сегодняшняя наука, такое беспомощное её состояние кажется чем-то иррациональным и даже немыслимым. Тем не менее, оно пронизывает всю её насквозь и далеко не только проблема ВТФ, а вообще куда ни ткни, везде одно и то же – наука демонстрирует свою несостоятельность настолько часто и в таком множестве вопросов, что их просто не перечесть. Различие только в том, что некоторые из них всё-таки находят своё решение, а вот на ВТФ наука застряла на века. Но в том-то и состоит величие этой проблемы, что она, кроме чисто методологических трудностей указывает и на некоторые аспекты фундаментального характера, имеющие настолько мощный потенциал, что если удастся его раскрыть, то наука станет способна совершить небывалый прорыв в своём развитии.

На этот аспект обратил внимание Ферма, который ещё тогда заметил, что у науки нет корней, поддерживающих её как единое целое. Проще говоря, логические построения, используемые при решении конкретных задач, не имеют прочной опоры, определяющей способ существования каждой отдельной отрасли знаний. Если такой опоры нет, то наука не защищена от появления в ней всякого рода призраков, принимаемых за реальные сущности. Основная, или как её ещё называют, фундаментальная теорема арифметики – яркий тому пример. Казалось бы, чего проще-то, нужно лишь принять в качестве незыблемого положение о том, что числа могут быть либо натуральными, либо производными от них. Всё, что не подчиняется этому правилу, числом быть не может. С учётом того, что арифметика является единственной наукой, без которой не могут обойтись никакие другие науки, можно констатировать, что без ОТА не может обойтись вообще вся наука целиком! Но сама-то она даже не в курсе того, что как раз ОТА до сих пор и остаётся недоказанной. И как вы думаете, почему? … Да потому, что наука попросту не знает, что такое число!!!

Даже на далёких от науки людей этот очевидный факт может произвести просто шокирующее впечатление. Ведь тогда явно напрашивается вопрос: если наука не знает даже этого, то что же она тогда вообще может знать? В этой книге будет дано разъяснение в чём здесь трудность и предложено решение этой проблемы. Это сразу потянет за собой необходимость аксиом и базовых свойств чисел, о которых и раньше было известно, но совсем в ином понимании. После определения понятия числа и аксиоматики потребуется доказательство ОТА, т.к. иначе бóльшую часть всех других теорем будет просто невозможно доказать.

Как видно из этого примера, если даётся основополагающее определение понятия числа, то за этим сразу возникает необходимость построения начальной системы, определяющей границы знаний, в которых она может развиваться. Это как у музыкантов, если есть начальная мелодия, то из неё композитор может создать целостное произведение любых форм и типов, но если такой мелодии нет, то и вообще никакой музыки быть не может. В этом смысле наука представляет собой очень большое и сваленное в одну кучу множество разных мелодий, в которых она сама уже основательно запуталась и завязла.

Но если наука строится в рамках системы, заложенной в неё изначально, то для неё будет непозволительной роскошью ситуация, когда каждая отдельная задача будет решаться только одним найденным специально для неё способом. Такая же проблема имела место и во времена Ферма, но почему-то кроме него никто тогда ею себя не утруждал. Возможно поэтому и задачи, которые он предлагал, выглядели настолько трудными, что было не ясно не только как их решать, но и даже с какой стороны к ним подходить.

Взять хотя бы для примера только одну его задачу, при решении которой великий английский математик Джон Валлис сумел-таки вычислить требуемые числа и даже получить похвалу от самого Ферма, ни одной задачи которого тогда ещё никто не мог решить. Однако Валлис так и не смог доказать, что применённый им метод Евклида будет достаточен во всех случаях. Целое столетие спустя, этой проблемой занялся Леонард Эйлер, но и он тоже не сумел довести её до конца. И только очередной королевский математик Жозеф Лагранж получил наконец-то требуемое доказательство. Даже после всех этих титанических усилий великой королевской троицы почему-то так и осталось без внимания письмо Ферма, где он сообщал, что задача без проблем решается методом спуска, а вот как – никто не знает до сих пор!

Для того чтобы показать, насколько эффективен может быть метод спуска, в данной книге, кроме доказательства ОТА, восстановлено также доказательство этим же методом ещё одной теоремы Ферма о единственном решении уравнения $y^3=x^2+2$ в целых числах, которую не могли доказать вплоть до конца XX века, пока Андрé Вейль не смог это сделать, но другим методом и опять того же Ферма. Если бы и задача, предложенная Валлису, была решена методом спуска, то трём величайшим математикам, приближённым к королевским дворам, не пришлось бы столько напрягаться. Однако и тот результат, который им удалось получить, может кануть в лету из-за чрезмерных трудностей его понимания, и тогда вся эта исполинская работа потихоньку минует учебники, как это уже случилось с доказательством Коши Золотой теоремы Ферма, о чём здесь тоже будет рассказано.

Также будет затронута тема, которую из-за кажущейся её чрезвычайной трудности просто как бы не замечали и обходили стороной. Эта тема об особой значимости арифметики для формирования абстрактного мышления, что очевидно имеет исключительное значение не только с точки зрения обучения в сфере образования, но и для понимания сущности такого понятия как разум. Не имея такого понимания, наука, также, как и в истории с мнимыми числами, обречена на множество неудач. В частности, будут тщетными все попытки создания «искусственного интеллекта» небиологического типа, т.к. это невозможно в принципе! В этой книге показано, как поистине гениальная догадка Готфрида Лейбница о том, что мышление есть неосознанный процесс вычислений, оказалась, хотя и верна, но только отчасти, поскольку разум не может существовать как некий отдельный объект или устройство, а есть феномен вселенского масштаба!!! Если мы теперь попробуем резюмировать всё то, что мы здесь упомянули относительно арифметики, то выяснится, что это не только наука наук, но и очень эффективный образец для подражания.

Конечно, в её сегодняшнем состоянии это было бы просто немыслимо, но с учётом того, что изложено в данной книге, такое подражание станет неизбежным и постепенно будет создан некий стандарт, по которому будут строиться вообще все без исключения науки. Совсем не трудно догадаться, что первым пунктом этого стандарта будет определение сущности данной конкретной науки. Ну и конечно все сразу подумают, что уж на такой-то вопрос легче лёгкого найти ответ, хотя бы заглянув в какие-нибудь справочники или энциклопедии.

Ага, как бы не так! Не говоря уже о том, что ответы на этот простейший вопрос почему-то оказываются разные (?), а понять хотя бы что-то из всех них в совокупности вряд ли вообще возможно. Тогда выходит, что специализирующиеся на каких-то науках учёные просто не знают, что они делают? Да нет, конечно. Они также, как и их предшественники, используют терминологию, смысл которой почему-то никто не удосужился определить, и в результате вот такой игры без правил рано или поздно невесть откуда возникают призраки, создающие иллюзию фантастического прогресса.

Ну а как же насчёт образца для подражания? Учитывая то, что в этой книге есть даже не одно, а целых два определения сущности понятия числа, можно на этой основе сформулировать краткое определение сущности арифметики, скажем, так: *арифметика – это наука о происхождении чисел и способах вычислений*. Тогда из понимания сущности чисел можно построить их аксиоматику и базовые свойства, которые, в свою очередь, выведут на ОТА и другие теоремы, вытекающие из потребностей в вычислениях. Аналогичным способом можно строить и другие знания, начиная с базовых понятий и сущности строящейся на них науки.

Пусть теперь, к примеру, нам нужно использовать арифметику как образец для подражания в целях построения, скажем, физики. Для этого возьмём в качестве основного одно из известных определений этой науки следующим образом: *физика – это наука о сущности, свойствах и взаимодействии материальных объектов*. Ну вот … Кажется мы наткнулись на непреодолимую стену, ведь определения понятия материи не существует. Вон философы-то сколько бумаги потратили, а толку никакого. Но, как гласит народная мудрость, нечего на других-то пенять, коль у самих рожа кривая. Физики и сами без особых трудностей могут эту проблему решить, ведь за них это всё равно никто другой не сделает.

Они просто примут в качестве аксиомы, что *всё материальное обладает такими свойствами, как масса и энергия*. Вот так просто вся проблема и решится. Ну а как насчёт определения сущности самих этих свойств? Так ведь это ещё сэр Исаак Ньютон очень хорошо потрудился, да ещё и использовал стиль изложения вместе с подходами аж от самого Евклида! А нам-то теперь, стоя на их плечах, совсем и не трудно будет раскрыть сущность этих понятий, особенно после того, как физики разобрались с единицами измерения. И действительно, в арифметике только подразумевается, что все вычисления должны вестись в соответствующих единицах измерения, а в других науках эти единицы должны быть всегда конкретные.

Например, в информатике используется единица измерения бит, однако и здесь учёные напортачили. Со времён Клода Шеннона считается, что битами измеряется количество информации, но учитывая, что понятие информации никак не определено, выходит, что измеряют неизвестно что. Но на самом-то деле всем это очень даже хорошо известно, что битами измеряют объём памяти носителя информации. А вот как измерять само количество информации – это проблема, от решения которой во многом будет зависеть возможность реализации самого мощного технологического прорыва за всю историю нашей цивилизации!!!

Но ведь технологический прорыв – это из области экономики, а вот как наука она пока является только призраком, хотя бы потому, что использует в качестве единиц измерения одни лишь бессмысленные названия. Экономические кризисы, в отличие от разрушительных бурь, ураганов и смерчей, не имеют никакого естественного происхождения, а являются последствиями деятельности людей, не понимающих того, что они творят, а потому и не способных их предотвращать. В этой книге будет предложен способ решения этих проблем с точки зрения возможностей построения не бутафорских, как сейчас, а настоящих информатики и экономики по образу и подобию арифметики.

Из того, что мы уже рассказали, многие наверняка подумают, что всё это выглядит как-то слишком фантастично, чтобы быть реальностью. Но также все думали и про Ферма. Когда он предлагал кому-то свою задачу, тот рассуждал просто: ну раз Ферма гасконец, значит шутник. В книге Саймона Сингха о ВТФ сообщается якобы Декарт назвал Ферма хвастуном, что и подтверждает это расхожее мнение, однако его точная фраза была: «… в отличие от месье Ферма я не гасконец». Если это наше введение также вызовет недоверие или будет восприниматься как юмор, то это как раз то, что надо, т.к. соответствует духу нашего главного героя.

С другой стороны, все затронутые здесь темы слишком фундаментальные, чтобы их можно было раскрывать в традиционном стиле научных монографий. Тогда получилось бы нечто такое, как, скажем, Британская энциклопедия или полное собрание сочинений Леонарда Эйлера, состоящее из порядка 800 книг, которое за 200 с лишним лет так и не смогли издать целиком хотя бы один раз. Чтобы наши труды совсем уж не пропали, нам пришлось пойти на неординарный шаг, т.е. задействовать для этой книги необычный литературный жанр, названный здесь *научный блокбастер – сочетание остросюжетного повествования в стиле художественной прозы вместе с отдельными фрагментами чисто научного содержания*.

Как бы не относиться к такого рода новшествам, здесь результат уже налицо: основные темы содержания книги более компактно представлены в 6-ти пунктах раздела «Резюме» и 100 пунктах перечня Приложения IV, составленного из того, что для сегодняшней науки явно будет в новинку. Кроме того, с целью уплотнения основного содержания из него вынесены 172 комментариев, а также добавлены три отдельные миниатюры в виде приложений, которые обычно имеют справочный характер, но здесь они представлены как естественное продолжение основной части книги, без которых она была бы незавершённой.

Сюжет первой миниатюры очень интересен тем, что в доказательстве ОТА немецкого профессора Эрнста Цермело, (ученика аж самого Макса Планка!), от 1912 года имеет место столь малозаметная ошибка, что, узнав об этом, составители учебников будут крайне удивлены. Но не менее удивительно здесь и то, что эта ошибка, по сути, та же самая, что и в идее Герхарда Фрая в «доказательстве» ВТФ Вайлса 1995-го года, только ещё более завуалированная. Вот так, заблуждение, пришедшее в 1993-й год из 1912-го, обернулось просто ужасными последствиями, начисто уничтожившими «решения» сразу двух фундаментальных проблем, которые учёный мир так неосторожно позволил себе признать.

Вторая миниатюра не менее любопытна тем, что в ней подробно изложены два доказательства одного и того же частного случая ВТФ для n=4, сначала Леонарда Эйлера, а затем Пьера Ферма в реконструкции Башмаковой И.Г. Оба доказательства как братья-близнецы строятся на тождестве пифагорейцев и в обоих применён метод спуска. Различаются они только хитросплетениями логики вывода на один и тот же конечный результат. Эти хитросплетения, хотя и разные, но довольно сложны, что указывает на высочайшее мастерство их авторов. А вот финиш этой миниатюры просто потрясающий. Оказывается, это доказательство может быть получено из того же тождества пифагорейцев буквально в одну строчку (!!!), и эта самая строчка есть как раз в восстановленной нами записи ВТФ на полях книги, показанной на рис. 5.

В дополнение к изложенному здесь доказательству Эйлера частного случая ВТФ добавлен также полный текст всех доказательств Эйлера, относящихся к грандиозному открытию Ферма поистине изумительных свойств простых чисел типа 4n+1. Эта работа потребовала от Эйлера предельного напряжения всех его творческих и физических сил в течение семи лет, однако самое главное доказательство того, что эти числа всегда состоят из суммы двух единственных квадратов, изложено им так, что вряд ли кто-нибудь, кроме него самого, понимает его суть. Из письма Эйлера к Гольдбаху с этим доказательством сначала вообще никто ничего не понял, а после полученной Гольдбахом исправленной версии в другом письме все эксперты молчаливо признали его доказательство, хотя оно само далеко не очевидно, а о том, что числа этого типа должны быть сумма двух единственных квадратов, вообще нет ни единого слова.

Наконец, третья миниатюра – это путешествие в прошлое. Там-то будет немало всего удивительного и даже шокирующего, но здесь мы обратим внимание только на один момент – это особым образом изложенное никому не известное до сих пор доказательство Ферма его самого грандиозного открытия в области простых чисел, причём в изумительно красивой форме. Рассказ об этом устами его сына Клемана Самюэля с вишенкой на торте в виде эффектного уравнения произведут настолько же красочное впечатление, как от красоты естественной природы.

Избранный нами способ облачения в словесную форму содержания этой книги, хотя и требует от автора безмерного напряжения всех сил, всё-таки даёт результат, при котором совсем небольшой объём книги несёт в себе знания тысяч научных монографий! Не исключено, что такой прецедент будет первым и последним, и в этом смысле традиционным научным монографиям он не конкурент. Однако, по сути, это лишь следование простому совету классика выбирать стиль изложения, где словам было бы тесно, а мыслям просторно.

Обычным техническим языком такого эффекта не достичь, и для этого требуется высший уровень словесности, доступный лишь избранным, например, таким, как Александр Дюма-отец. В одной из своих книг Дюма утверждал даже, что писатели лучше понимают историю, чем историки. При этом он привирал так лихо и безбожно, что историкам оставалось только ухмыляться. Тем не менее, в итоге прав оказался Дюма, т.к. львиная доля истории, изложенной в толстых книгах, в реальности не происходила, а была просто придумана, и этому факту также нашлось место в этой книжке.

Одной из особенностей нашего литературного творчества является обязательное присутствие в нём загадок, которые анонсируются, но не раскрываются. В данной книге таких загадок аж целых 15, и они помечены (*) в Приложении IV п.п. 18, 19, 26, 27, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47,48, 69, 74. Вопросы и проблемы акцентируются лишь на ключевых моментах, имеющих принципиальное значение. Когда же такой момент истины наступает, то может создаться впечатление или даже недоумение от того, что наука столетиями не замечала таких простых вещей. Но в этом-то и кроется сила настоящей науки, поскольку Всевышний в своих творениях всегда следует только путями с самыми короткими и простыми решениями.

В реальной жизни часто место действительных знаний занимают ложные. За этим кроется очень много опасностей и ненужных проблем. Однако они обойдут стороной тех, кто сумеет понять эту книгу. Тем же, у кого-то это не получится, лучше всего обратиться за помощью к детям, и тогда они будут просто поражены их способностям проникать в такие уголки непознанного, которые большинству людей совершенно недоступны. Но сами-то дети и не догадываются, что в их возрасте все люди волшебники, для которых нет непреодолимых препятствий. Вспомните хотя бы трёхлетнего Гаусса, сделавшего точные расчёты своему отцу трубопроводчику. Так ведь другие-то тоже так могут, но просто не знают об этом!

В данной книге названо много самых разных имён, волею Провидения или случая творивших историю. И только потому, что они обратили на себя особое внимание, они заслуживают всяческого уважения, независимо от того, в каких обстоятельствах и как они себя проявили, поскольку иначе и тех событий, из которых образован сюжет нашего повествования, просто бы не было.

Из того, что мы уже успели рассказать здесь о науке, она будет выглядеть совсем непривлекательно. Более того, она будет представляться как источник вообще всех бед и, как это ни печально, в этом как раз и заключается суровая правда. Но если вопрос о месте науки в обществе не ставить и никак не прояснять, то катастрофа, идущая якобы от учёных, и вовсе станет неизбежной и тогда само существование нашего чудесного мира потеряет всякий смысл. Это не какое-то грозное предупреждение или апокалиптическое пророчество, а всего лишь констатация прописной истины о том, что наука – это единственная (!!!) область деятельности людей, которая предопределяет все другие их разновидности!

Таким образом, в разумном обществе высший приоритет науки должен быть обеспечен и поддерживаться всеми доступными средствами, иначе оно получит только глобальное противостояние неучей, балансирующее на шаткой грани взаимного уничтожения. А что же мы имеем сейчас? Да то, что управление обществом идёт не в соответствии с объективными законами окружающего мира, а через вопиющую некомпетентность, безответственность, мздоимство, авантюризм, и т.п. Где ж тут наука-то? Её и близко нигде не видно. Если даже обобранная ростовщиками до нитки прикладная наука ещё кое как может цепляться за своё существование, то для фундаментальной науки уже давным-давно никаких перспектив нет вообще.

Но может быть учёным и самим нужно что-то предлагать, чтобы плоды их труда по достоинству оценили? Ха-ха-ха! Вон Григорий Перельман без всяких условий опубликовал в свободном доступе доказательство гипотезы Пуанкаре, которое кроме него более сотни лет никто из учёных не мог получить. Однако вместо, (уже предложенной ему!), премии в 1млн. US$, он не получил ничего. В прессу сообщили, что якобы он сам отказался под вымышленным предлогом, а все почему-то подумали, что он просто чудак. Но на самом деле он и не думал отказываться, видимо наивно полагая, что премию он вполне заслужил.

Однако он не учёл, что в обществе, в котором на ведущих позициях не учёные, а ростовщики и мздоимцы, научные открытия, не дающие немедленной отдачи деньгами, и задаром никому не нужны. А премии действительно они предлагают, но не за научные открытия, а за известное имя, которое можно будет эксплуатировать в своих интересах. И всё же Перельман в этой истории вывел инициаторов премии на чистую воду после того, как предложил разделить премию с другим учёным, имеющим отношение к его научному открытию, и тогда стало очевидно, что на самом деле отказ шёл вовсе не от него, а от мнимых благодетелей.

По части определения ценности научных открытий просто не может быть никаких иллюзий насчёт того, что в действительности они никому не нужны. В погибающем на глазах мире ростовщичества, воровства, наживы, спекуляций и т.п., отношение к науке может быть только вот такое, как оно есть. Можно не сомневаться, что и премия за доказательство гипотезы Эндрю Биэла также не будет выплачена по своему назначению. Не верите? Ну что же, это же очень легко проверить!

В данной книжке есть примеры таких расчётов, которые не оставляют места сомнениям в том, что их было бы невозможно выполнить, не владея сутью… нет не гипотезы, а ещё гораздо более сильного утверждения, названного здесь «Теорема Биэла»! Если цель премии Биэла действительно получить это впечатляющее научное открытие, то для этого оргкомитету в лице «Американского математического общества» проще всего не рассчитывать на благосклонность математических изданий, а запросить его напрямую от автора этой книжки.

Этот путь был бы явно проще и лучше, поскольку доказательство гипотезы Биэла слишком элементарное и не столь значимое для науки, как доказательство теоремы Биэла, которое было бы гораздо более полезным, продуктивным и впечатляющим с тем же конечным результатом, который требуется в условиях Премии Биэла. В этом случае риск публикации очередного фейка будет исключён, а если ничего не делать в решении этой проблемы, то инициатор премии мистер Андрю Биэл может так и не дождаться достижения своей цели. Кроме того, надо учитывать, что экспертная оценка доказательства гипотезы Биэла вовсе не требует соблюдения таких явно чрезмерных предосторожностей, потому что эта задача для детей из средней школы. Того, что изложено в этой книжке более чем достаточно, чтобы убедиться, что для автора эта задача не представляет никаких трудностей.

В этом смысле очень даже любопытно как наука отреагирует на появление здесь доказательства ВТФ, выполненного самим Ферма! И это в условиях, когда как корова языком слизнула уже целых 18 (!!!) самых престижных премий за явно ошибочное доказательство 1995 года! Конечно, от ошибок никто не застрахован, и мы покажем здесь, как совершали самые элементарные промахи такие столпы науки, как Евклид и Гаусс при доказательстве основной теоремы арифметики, а также Эйлер, благословивший использование в алгебре «комплексных чисел», которые и числами-то не являются из-за того, что не подчиняются этой самой основной тереме. Но Эйлер об этом ещё не знал, а вот его последователи это знают отлично уже вторую сотню лет, и никто даже палец о палец не ударил, чтобы исправить эту ошибку.

Что же касается никому не нужных научных открытий, то многие просто не в курсе, что они могут спокойно жить и потреблять все необходимые им жизненные ресурсы только до тех пор, пока накопленный в обществе ресурс знаний для данного уровня его развития не будет подходить к исчерпанию. А после этого, чтобы удержать достигнутое, более сильные страны будут нападать на более слабые и жить за счёт их грабежа. Но этого вообще бы не понадобилось, если бы у этих «сильных» стран было достаточно знаний. Тогда бы и не пришлось им конфликтовать со всем остальным миром, поскольку все необходимые ресурсы в избытке обеспечивались бы наукой.

Мы же на этом наше введение будем завершать, но при-дадим ему такой тайный импульс, который позволит нам совершить настоящее чудо! … нет даже целых два!!! Эти чудеса мы можем назвать здесь своими именами. Ведь наши вечные оппоненты, из-за полного отсутствия у них настоящей науки на такое просто неспособны.

В итоге они узнают о реализации именно в России самого грандиозного технологического прорыва за всю историю нашей цивилизации с безграничным потенциалом эффективности развития на необозримое будущее. Пресловутые «долины», «технопарки», «инкубаторы» и им подобные мнимы для таких прорывов непригодны в принципе. А ещё раньше, свершится другое чудо, когда Россия буквально за пару месяцев на обломках обрушающейся уже сегодня мировой ростовщической финансовой системы создаст новую, в которой никакие международные деньги, станут не нужны, а все страны будут использовать в международной торговле только свои национальные валюты. Опять не верите? Ну так убедитесь сами, книга-то у вас в руках!

1. Величайший феномен науки

Обычно образ науки представляется как упорядоченная система знаний обо всем, что можно наблюдать в окружающем нас мире. Однако образ этот иллюзорный и на самом деле никакой упорядоченности в науке нет, поскольку она формируется не развитием знаний от простого к сложному, а всего лишь историческим процессом появления новых теорий. Классический пример – это аналитическая геометрия Декарта – Ферма, где, по сравнению с геометрией Евклида, наука видит лишь удобное для аналитики представление числовых функций в системе координат, но никак не оценивает качественный переход от натурализованных элементов, (точка, линия, поверхность и т.п.), к числам[1].

---

[1] Натурализованные геометрические элементы образуют либо отрезки прямых определённой длины, либо составленные из них геометрические фигуры. Сделать из них фигуры с криволинейными контурами, (конус, эллипсоид, параболоид, гиперболоид), проблематично, поэтому возникает необходимость перехода к представлению геометрических фигур уравнениями. Для этого их нужно размещать в системе координат. Тогда необходимость в натурализованных элементах отпадает, и они полностью замещаются числами, например, уравнение прямой на плоскости выглядит как $y=ax+b$, а окружности $x^2+y^2=r^2$, где x, y – переменные, a, b – константы смещения и наклона прямой, r – радиус окружности. Декарт и независимо от него Ферма разработали основы такой, (аналитической), геометрии, однако Ферма пошёл дальше, предложив ещё более совершенные методы анализа кривых, которые легли в основу дифференциального и интегрального исчисления Лейбница – Ньютона.

Казалось бы, это настолько несущественно, что не может иметь каких-то последствий, однако по иронии судьбы именно после расширения числовой оси до числовой плоскости наука была безнадежно скомпрометирована, т.к. вдруг выяснилось, что такое представление чисел не подчиняется основной теореме арифметики о том, что разложение целого числа на простые множители всегда единственно возможное. Но тогда должен быть сделан и соответствующий вывод о том, что никакой числовой плоскости не существует и всё, что с ней связано должно быть списано в архив истории.

Но не тут-то было! Если в науке нет упорядоченности, то нет и никаких оснований для привязки новых знаний к более ранним. Потому для учёного мира вовсе и не новость, что для числовой плоскости основная теорема арифметики не действует. Это было известно ещё полтора столетия назад и никому даже в голову не пришло отказаться от этой идеи. За это время столько всего было понаделано, что вот так просто взять и всё это выбросить ну никак не представляется возможным. Ведь многие «специалисты» с их «научными» исследованиями могут потерять работу, а все монографии, справочники и учебники по этой теме разом превратятся в тонны макулатуры[2].

---

[2] В условиях, когда общее состояние науки никак не контролируется, естественно, идёт процесс её замусоривания и разложения. Также бесконтрольно и качество обучения, поскольку в этом заинтересованы обе стороны, и ученики, которые его оплачивают, и учителя, которые на нём зарабатывают. Всё это вылезает наружу, когда ситуация в обществе становится конфликтной из-за нека-

Да, никого из деятелей науки не удивишь тем, что основная теорема арифметики может не выполняться, они и не к такому уже привыкли. Но вот чем они очень даже будут удивлены, так это тем, что до сих пор никому не удалось её доказать! Все «доказательства» этой теоремы в учебниках и в Интернете либо явно ошибочны, либо с душком. Но ведь тогда получается, что с одной стороны, наука сама себя лишает легитимности, т.к. не признаёт фундаментальную теорему, на которой она сама и держится, а с другой стороны, она в течение всей своей истории просто была не в курсе того, что у неё нет доказательства этой самой теоремы[3].

И как теперь быть? Можно ли воспринимать этот вопиющий факт иначе как деградацию науки в самих её основах? Кому-то такой вывод может показаться слишком уж категоричным, но, к сожалению, для сегодняшней науки это ещё очень мягко сказано. Экая невидаль, какая-то теорема не действует. А как быть с тем, когда не действует закон сохранения энергии? Ведь сегодняшняя астрофизика просто не мыслит себя без «теории большого взрыва», по которой все галактики во Вселенной разлетаются в разные стороны

чественного управления общественными институтами и «исправить» её могут только войны и уничтожение основ разумной цивилизации.

[3] Само название «основная теорема арифметики», которую небезосновательно ещё называют «фундаментальной теоремой», казалось бы, должно привлекать к ней особое внимание. Но это может быть так только в нормальной науке, а в той, которая есть, ситуация как в сказке Андерсена, когда из большой толпы людей, окружающих короля, находится лишь один, да и тот ребёнок, заметивший, что король-то голый!

как пушинки. И вот такая полоумная фантасмагория на полном серьёзе представляется сегодня как одно из величайших «научных» достижений, а фиговые листочки типа «скрытая энергия» и «тёмная материя» запросто закрывают проблемы с пресловутыми законами сохранения.

На фоне имеющихся у науки действительно выдающихся достижений, можно не сомневаться, что этот вирус тёмной напасти, проникший в сами её основы, не мог возникнуть ниоткуда и явно привнесён извне. Злонамеренный характер вируса раскрывает и то обстоятельство, что он всегда прячется под личиной «благих намерений». А раз так, то и задача избавления от напасти упрощается, т.к. это всего лишь козни нечестивого, от которых у настоящей науки всегда имелся достаточно надёжный иммунитет.

Однако для данного конкретного вируса этот иммунитет стал действовать совершенно особым образом. Вдруг откуда ни возьмись появилась немудрёная на вид задачка под названием «Великая теорема Ферма» (ВТФ), которую никто не мог доказать, и это несмотря на обещанные премии и почести. Она просто издевалась над всеми, кто пытался найти решение независимо от того, был ли это амбициозный претендент на премию или величайший ученый. С ВТФ даже опасались связываться, чтобы ненароком не подмочить свою репутацию.

Эта увлекательная игра с заведомо провальным результатом затянулась на века и в конце концов так всех измучила, что эту проблему нужно было как-то закрыть. Очень серьезные люди приняли решение – задачу решить, премии выплатить. Ну давно бы так! Сказано – сделано…, впрочем, о том, что было дальше, мы расскажем в следующем пункте нашей работы. Но это будет только присказка, т.к. для проникновения в суть этого удивительного явления нам придётся неким необычным образом вернуться обратно в прошлое. И тогда в результате наших исследований выяснится, что эта задачка-то была давным-давно решена ещё в XVII веке, когда во Франции начал править король-солнце Людовик XIV, а ему верно служили два гасконца, один из них – это известный всем из романов А. Дюма королевский мушкетёр месье Д'Артаньян, а другой – его ровесник и земляк сенатор из Тулузы месье де Ферма.

История не сохранила для нас в письменном виде всего того, что было бы нам особенно интересно, поэтому ничего и не остаётся иного, как попытаться восстановить некоторые события, причём весьма необычным способом, о чём мы также ещё расскажем. Однако хорошо известно, что этот сенатор ещё при жизни прославился тем, что предлагал знатным вельможам простенькие на вид арифметические задачки, которые почему-то никто не мог решить. А вот о той самой диковинной и недоказанной до сих пор теореме он, видимо, не успел, (а может и не пожелал), никому сообщить, поэтому её также часто называют «Последняя теорема Ферма».

Особенно любопытен тот факт, что не сохранилось ни единой бумажки от рукописей его научных трудов по арифметике, причём даже тех, которые были изданы после его смерти. Исключением являются только письма, собранные от разных его респондентов. Этот странный факт свидетельствует о том, что имел место какой-то удивительный и даже невероятный ход событий, приведший к такой ситуации, и установление одного только этого факта очень существенно меняет всю ту картину, которая исследователям представлялась до сих пор.

Ведь они-то полагали, что у Ферма не могло быть доказательства этой его последней теоремы и всяческими доводами это обосновывали. Но тогда им нужно быть последовательными и настаивать на том, что и все другие свои задачи Ферма тоже решить не мог, т.к. он в своё оправдание не оставил нам никаких объяснений. Вот когда их решили такие гиганты науки как, скажем, Эйлер или Гаусс, ну тогда совсем другое дело и можно допустить, что Ферма может быть тоже мог их решить. Но вот если даже они не справились, то доверять словам, смахивающим на пустое бахвальство, наука никак себе позволить не может.

В нашем исследовании мы пойдём другим путём и будем исходить из того, что доказательство последней теоремы Ферма вне всяких сомнений должно было быть записано на бумаге хотя бы в эскизном варианте. Но если это так, то куда же оно могло запропаститься, причём вместе со всеми остальными бумагами? Ответ на этот вопрос может пролить свет на исцеление от упомянутой выше напасти, приведшей к тому, что по непонятным причинам вот это самое доказательство на целых три с половиной столетия стало не только нерешаемой проблемой, но и настоящим камнем преткновения для науки.

Загадки, которые нам предстоит теперь исследовать, видятся вначале как случайное столкновение всякого рода больших и маленьких историй, однако в этом кажущемся хитросплетении событий есть своя довольно жёсткая логика. Так случилось, что время жизни и деятельности Ферма совпало с переломным этапом истории, когда происходил медленный и очень болезненный переход к эпохе Возрождения после долгого периода ужасающего гнёта инквизиции, не терпящей передовой научной мысли и организовавшей во Франции массовое истребление протестантов-гугенотов католиками. С учётом этого обстоятельства, появляется возможность объяснить такие факты и события, которые с позиций более позднего времени выглядят очень странными и непонятными. В частности, следует отметить, что в те времена, особенно для людей незнатного происхождения, было бы очень опасно иметь у себя дома даже совсем безобидные записки с формулами и вычислениями, которые могли бы трактоваться как очень опасные для их обладателей письмена еретического содержания.

Отец Пьера Доми́ник Ферма (Dominique Fermat) был богатым купцом, но не имел дворянского титула. В 1601 году у него родился сын Пьер, о чём имеется запись в церковной книге, однако его мать Франсуаза Казнёв, (Françoise Cazeneuve), и её ребёнок умерли, не прожив после родов и трёх лет. Если бы ребёнок всё же выжил, то без знатного происхождения у него не было бы никаких шансов стать ни сенатором, ни тем более великим учёным. А когда после утраты первой жены Доминик женился на имеющей дворянские корни Клэр де Лон (Claire de Long), то это и обеспечило саму возможность появления будущей знаменитости [16].

Пьер Симон де Ферма, (Pierre Simon de Fermat), родился не в 1601, как это считалось до сих пор, а в 1607, (или в 1608), году [1] в местечке Бомон де Ломань недалеко от Тулузы. С детства он выделялся таким дарованием, что Доминик Ферма не жалел средств на его образование и отправил на обучение сначала в Тулузу, (1620 – 1625 гг.), а затем в Бордо и Орлеан (1625 –1631 гг.). Пьер не только хорошо учился, но и проявил блестящие способности, которые вместе с родственными связями по линии матери и финансовой поддержкой отца, дали ему все возможности получить лучшее образование по специальности юриста. Во время учебы молодой будущий сенатор Пьер Ферма очень увлекался чтением научной литературы и так проникся идеями великих мыслителей, что и сам ощутил в себе стремление к научному творчеству. Для того, чтобы больше узнать о том, что его особенно интересовало, он овладел пятью языками[4] и с упоением зачитывался трудами классиков того времени. В конечном итоге он заслуженно получил самое высокое образование, которое было возможно в те времена и в глубине души лелеял мечту о том, чтобы получить возможность продолжать трудиться на поприще науки.

Если бы поддержка карьерного роста Пьера Ферма на том и завершилась, то и речи бы не могло быть о будущем сенаторе, т.к. даже простая адвокатская деятельность требовала в те времена высочайшего соизволения свыше. Отсюда становится понятно, почему решающим шагом в родительской опеке Пьера стала его женитьба в 1631 г. на Луизе де Лон, (Louise de Long), дальней родственнице (четвероюродной племяннице) его матери. Понятно, что такое решение никак не могло быть спонтанным, тем более что родственные браки могли заключаться только с разрешения Папы Римского.

И вновь деньги Доминика Ферма решили эту совсем не простую проблему. Отец Луизы был советником тулузского парламента и, будучи на службе у короля Людовика XIII, получил дворянский титул, поэтому у Пьера не было проблем с трудоустройством. Но вот рассчитывать на то, что дальше всё пойдёт легко и гладко, было бы заблуждением. После

[4] На сохранившейся надгробной плите от захоронения Ферма так и написано: «qui literarum politiorum pluriumque linguarum» – искусный знаток многих языков (см. рис. 93-94 в Приложении V).

окончания учёбы, женитьбы и начала работы действительность виделась Пьеру совсем не такой радужной. Серые будни суеты в зарабатывании средств на хлеб насущный шли день за днём и не оставляли никаких надежд на то, чтобы заниматься наукой. И тогда это было ещё очень большим благом иметь в рамках адвокатской деятельности возможности поддерживать хоть и не роскошное, но всё же безбедное житие в те тяжёлые для Франции времена.

Новая опасность для Пьера появилась неожиданно. Очередная эпидемия чумы унесла жизнь его тестя и это могло очень плохо отразиться на его судьбе. Однако к тому времени он уже сумел установить дружеские связи с другими сенаторами, что открыло ему дорогу в парламент и в итоге позволило обратить несчастье в свою пользу. С помощью изрядной порции денег Доминика он всё же сумел занять освободившуюся должность чиновника по приёму жалоб в кассационной палате Тулузского парламента.

Биографы Пьера Ферма оценивают его карьеру как просто блестящую, но при этом упускают из виду одну очень существенную деталь. Именно такая вот карьера наглухо закрывает ему все даже малейшие возможности заниматься наукой. Они не учли то обстоятельство, что есть королевское предписание, не допускающее на должности советников парламентов людей, занимающихся научными исследованиями, могущими противоречить Священному Писанию. Но поскольку Пьер стал сенатором, то это и поставит большой жирный крест на его мечтах заниматься наукой на профессиональной основе. Этот крест он будет нести до конца своей жизни.

Более того, как католик он не должен совершать ни одного смертного греха и обязан регулярно раз в году исповедоваться о совершённых им простительных грехах. В качестве такого простительного греха Пьер сообщает на исповеди о своей умеренной праздности при чтении книг «Арифметика» Диофанта Александрийского и «Задачи занимательные и приятные, связанные с числами». Риск впасть в немилость при таком грехопадении был невелик, ведь их издал абсолютно безупречный во всех отношениях Клод Гаспар Баше де Мезириáк (Claude Gaspard Bachet de Méziriac), высокопоставленный учёный лингвист и будущий член Французской академии, учреждённой кардиналом Ришелье в 1635 году.

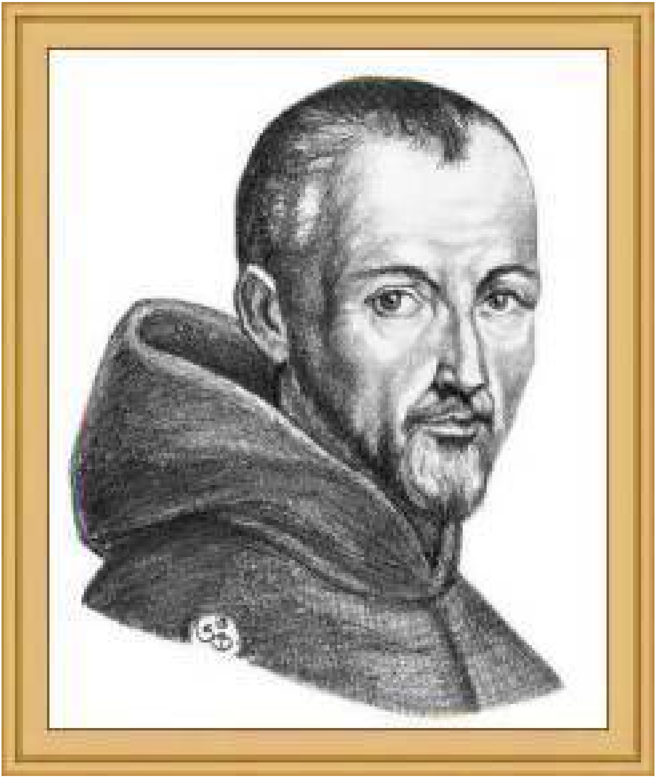
Рис. 6. Диофант Александрийский

Здесь, конечно, возникнет вопрос о тайне исповеди. Но если даже в наше время по отношению к католической церкви этот вопрос выглядит очень уж наивно, то что же говорить о временах, когда верховными исполнителями королевской власти были кардиналы. Все священники были обязаны информировать власти о том, чем живут их прихожане и особенно чиновники на государственных должностях. Информация от священников также была под контролем, для чего на места направлялись уполномоченные проверяющие.

Оно и понятно, что Пьер не мог ожидать ничего хорошего от встречи с таким проверяющим, но выбора у него не было и он был готов смириться с полной невозможностью своей мечты. Но тогда он ещё не мог знать о том, что ему предначертана иная судьба и она решалась именно в этот момент. Трудно даже представить себе его изумление, когда прибывший контролёр священник Маре́н Мерсе́нн (Marin Mersenne) оказался… страстным любителем и знатоком математики!!!

Рис. 7. Баше́ де Мезириа́к

Рис. 8. Маре́н Мерсе́нн

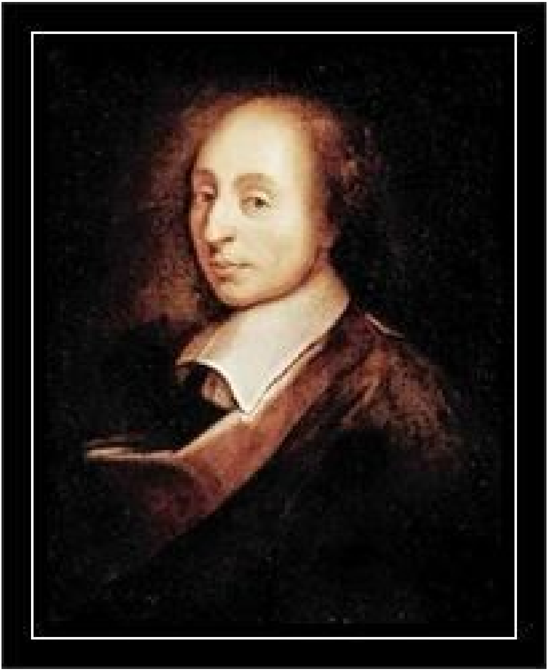


Пьер воспринял это как высшее чудо, дарованное ему с небес самим Всевышним. Да и как иначе это можно было понять, ведь преподобный отец Мерсенн сумел чудесным образом организовать для него возможность переписки с самим Рене Декартом (René Descartes), а также с другими элитарными представителями французской творческой аристократии, о чём прежде он не мог и мечтать. Проверку Пьер прошёл блестяще, когда он сумел решить по просьбе Мерсенна несколько задач и в частности быстро вычислить некоторые из так называемых совершенных чисел, причём таких, которые прежде были неизвестны, и вряд ли кто-то другой мог бы решить, или хоть как-то справиться с этими задачами.

Рис. 9. Рене́ Дека́рт

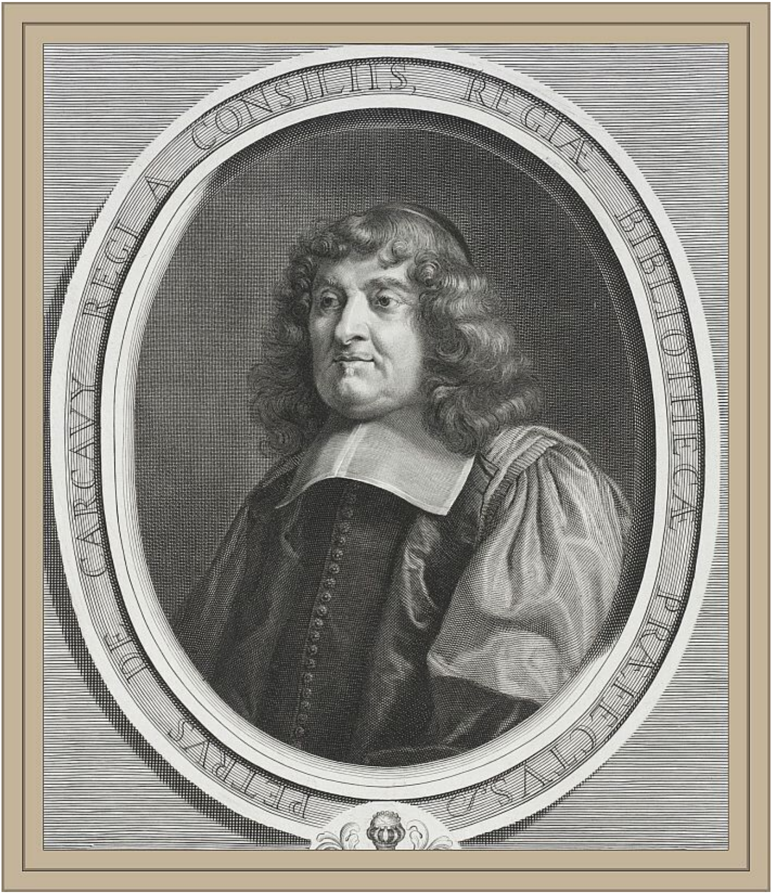
Историки в своих исследованиях видят только чистую случайность в совпадении интереса к числам Мерсенна и Ферма, а самого Мерсенна они представляют, как некоего чудака, действующего по собственной прихоти. Однако в реальной истории так не бывает и здесь должно быть более разумное объяснение событий. В этом смысле было бы куда более логично полагать, что Мерсенн был не более чем исполнителем некоего указания свыше, и т.к. он был выходцем из церковной знати, то такое указание мог ему дать только один человек – это был не кто иной, как кардинал Арма́н Жан дю Плесси́, герцог де Ришелье́ (Armand-Jean du Plessis, duc de Richelieu)!. Отсюда получается, что деятельность созданного Мерсенном кружка учёной знати не могла быть лишь его инициативой, а была санкционирована высшей властью того времени, иначе всему этому делу не дали бы развернуться, либо оно было бы свёрнуто вместе с кончиной Мерсенна в 1648 г. Однако его детище продолжало долго и успешно функционировать вплоть до создания Французской академии наук в 1666 году.

Рис. 10. Блез Паскаль



Что же касается Пьера Ферма, ставшего сенатором, то он оказался в сложном положении. Его способности стали теперь востребованы, но развивать их он мог только за свой счёт и без права опубликования, т.к. королевское предписание об ограничениях назначений на должности советников парламентов никто не отменял, а иных способов зарабатывать себе на жизнь у него не было. Вот так для будущих его оппонентов он предстанет затворником, не желающим делиться секретами своих научных открытий. Даже его друг Блез Паска́ль (Blaise Pascal) в одном из писем искренне недоумевал, почему же он не публикует свои работы? На это Ферма также искренне отвечал, что он вовсе не желает, чтобы его имя фигурировало в печати. Ну не мог же он в самом деле ссылаться на высочайшее повеление, не допускающее на занимаемой им должности никакую научную деятельность.

Рис. 11. Пьер де Каркави́



Для Ферма всё складывалось так, что у него не было никакой возможности решить эту проблему иначе, как его прямым участием в подготовке королевского указа о создании

Французской академии наук. На это указывает его переписка с Мерсенном и Пьером де Каркави́ (Pierre de Carcavy), который занимался подготовкой этого указа. Заветный дворянский титул Ферма получил только через 17 лет прилежной службы в 1648 году, став членом палаты эдиктов, которая регулярно собиралась в городке Кастр недалеко от Тулузы. Но это повышение по службе лишь увеличило его нагрузку на работе и ещё более ограничило его возможности заниматься наукой.

Но, как это ни парадоксально, в этой жизненной драме отчётливо видится воистину божественный промысел, возложивший на сенатора Пьера де Ферма особую миссию, нацеленную на то, чтобы уберечь науку от разрушения. В том раннем возрасте она ещё виделась прекрасным деревом, которое, разрастаясь, становилось всё более ценным и привлекательным. Но по мере развития науки присущие ей черты совершенства и гармонии стали потихоньку увядать, а образ прекрасного творения разума всё более походить на беспомощного уродца.

Эти первые признаки неблагополучия ещё тогда были замечены Ферма, т.к. его полемики с коллегами по переписке возникали на пустом месте. Оказалось, что у этого деревца почти нет корней. Это означает, что у науки нет достаточно прочного фундамента и ей грозит участь Пизанской башни. Тогда, чтобы это роскошное здание науки служило по назначению, все творческие силы надо будет задействовать не на развитие, а на то, чтобы не допустить его полного обрушения.

Для Ферма эта тема выходила за рамки его физических возможностей, и он рассматривал её только с точки зрения обобщения методов решения разных арифметических задач. Ведь арифметика – это не какая-то отдельная наука, а основа основ для всех других наук. Если нет арифметики, то и вообще никакой науки тоже нет. В этом смысле арифметические задачи, предложенные Ферма, получают особую значимость. Их особенность в том, что они приучают мыслить общими категориями, т.е. находить методы, регламентирующие возможности вычислений при решении широкого круга задач.

И вот ведь какой парадокс. О Диофанте, который дал решения почти двух сотен совсем не простых арифметических задач, ныне, если кто и вспоминает, то только в связи с именем Ферма. А о самом Ферма, который не оставил ни одного (!!!) доказательства своих теорем[5] постоянно рассуждают все, кому не лень, уже четвёртое столетие подряд! Очень немногие из тех, кто смог решить хотя бы одну из задач Ферма, обеспечили себе мировую славу, а бесчисленное множество людей, потерпевших фиаско не могут найти этому никакого разумного объяснения и им не остаётся ничего иного, кроме как просто игнорировать сам этот факт.

---

[5] Считается, что Ферма оставил только одно доказательство [36], но это не совсем так, поскольку на самом деле это просто словесное описание метода спуска для конкретной задачи (см. Приложение II).

Но как же мог появиться в истории науки такой удивительный феномен, когда столь знаменитым стал человек, который даже не был профессиональным учёным? Видеть здесь лишь случайное стечение обстоятельств было бы явно неразумно. Куда более логично исходить из того, что на каком-то этапе жизни Ферма стал осознавать, что в случае осуществления его планов публикации своих научных исследований, в лучшем случае его ожидает судьба Диофанта, уже тогда почти забытого. О Ферма, если и вспоминали бы, то только на фоне уничижительных и даже карикатурных мнений «экспертов».

Да оно, собственно, всё так и произошло, но эффект получился обратный. Никто и предположить не мог, что, благодаря Ферма, увлечение математикой примет такой массовый характер. Чем больше его оппоненты стремились его принизить, тем более популярным становилось его имя. Даже вымышленные писательской фантазией А. Дюма подвиги Д'Артаньяна были просто детскими шалостями в сравнении с тем, что в реальности совершил его земляк тулузский сенатор Пьер де Ферма. И всё-таки, как же этот провинциальный судейский чиновник смог достичь такого потрясающего результата?

Да очень просто, он же юрист, а потому и делал всё исключительно и только легально, поэтому и все работы, в которых его оппоненты могли усмотреть письмена «еретического содержания», оставил при себе. К тому же, он был не только человек выдающегося ума с немалым жизненным опытом, но ещё и гасконец. А хорошо известно, что люди такого типа даже очень серьёзные дела могут оборачивать в этакую непритязательную и шутливую обёртку. Вот мол почитывал иногда на досуге «Арифметику» Диофанта и на её полях делал пометки с некоторыми идеями по примеру уважаемого и достопочтенного Клода Баше, который выполнил при подготовке в 1621 году издания этой книжки не только латинский перевод, но и добавил в неё свои собственные замечания.

Ферма поступил точно также, т.е. подготовил к изданию как бы не свои работы, а эту же «Арифметику» Диофанта, (см. рис. 96 в Приложении VI), с теми же самыми замечаниями Баше и всего лишь добавил к ним 48 своих замечаний. Всё было подготовлено так, что каких-либо претензий к этой его книге или к нему самому, достопочтенному сенатору Пьеру де Ферма, просто и быть не могло. Но когда книга вышла в свет, то, в отличие от её прежних изданий, она всколыхнула весь учёный мир! Те самые замечания, сделанные якобы мимоходом на полях книги Диофанта, оказались настолько ценными, что позволили учёным очень заметно развивать науку, используя новые идеи Ферма в течение сотен лет! И всё было бы просто превосходно, если бы не вот эта его последняя теорема, не поддающаяся в учёных кругах никакому уразумению.

Казалось бы, чего же тут может быть необычного, да таких нерешённых задач в науке хоть пруд пруди. Но в том-то всё и дело, что сам автор теоремы объявил об имеющемся у него «поистине удивительном доказательстве», а вот наука никак не может получить хоть какое-то в течение уже 350 лет!!! Ведь это только в массовом сознании автор теоремы настоящий триумфатор, а для науки это же как кость в горле. Здесь уже налицо явные признаки болезни. Что же это за наука, которая за сотни лет школьную задачку одолеть не может? Да ладно бы одну задачку, не может наука признать и тот очевидный факт, что у неё также нет и необходимых для этого базовых знаний, которые были открыты Ферма ещё в те далёкие времена.

Утратила она не только способности осмысливать, но и ориентироваться в происходящих вокруг неё событиях. Как это так, нет знаний, да их кругом хоть завались! Это уж точно, «знаний» накопилось так много, что понять и усвоить всё это богатство стало выше человеческих сил и возможностей. Но на самом-то деле всё обстоит как раз наоборот. Есть очень ощутимая нехватка настоящих знаний, а преобладающая часть из всего, что было накоплено – это пустопорожнее перемалывание множества проблем, у которых либо вообще нет решений, либо и того хуже, когда в качестве исходных берутся сомнительные установки, на которых затем выстраивается умопомрачительные теории, порождающие, естественно, всякие парадоксы и противоречия. Тогда учёные всеми силами стремятся их преодолевать, но почему-то, если у них что-то и получается, то только с помощью ещё более умопомрачительных теорий.

Такой необычный характер наших представлений о науке может вызвать очень даже негативную реакцию. Но вот здесь-то мы можем признаться, что у нас были для этого очень веские основания, поскольку нам удалось заглянуть в те самые «еретические письмена» Ферма. Для пущей убедительности мы прямо здесь покажем один из примеров наших возможностей и точно воспроизведём реальный текст самой интригующей записи Великой теоремы Ферма на полях принадлежащего автору и неизвестно куда пропавшего экземпляра «Арифметики» Диофанта. Итак, на этом месте, (см. рис. 5), мы увидели несколько пометок к задаче под номером VIII, сделанных на латыни в разное время. В переводе они выглядят следующим образом:

1-я запись: *Однако невозможно разложить C на два других C, или QQ на два других QQ. Оба доказательства методом спуска.*

2-я запись: *Второй случай невозможен, поскольку число 2aabb не квадрат.*

3-я запись: *Новое решение уравнения Пифагора AB=2Q.*

4-я запись: *Можно вычислить сколько угодно aa+bb–cc=a+b–c.*

5-я запись: *И вообще невозможно разложить любую степень, большую 2, на две степени с тем же показателем. Доказательство методом ключевой формулы.*

6-я запись: *Однако можно вычислить сколько угодно* $C+QQ=CQ$.

Теперь этот восстановленный текст записей на полях книги можно сравнить с текстом, опубликованном в издании «Арифметики» Диофанта с замечаниями Ферма в 1670 году, (см. рис. 3 и в конце п. 4.2):

Однако невозможно разложить куб на два куба, или квадрато-квадрат на два квадрато-квадрата, и вообще любую степень, бо́льшую двух, на две степени с таким же показателем. Я открыл тому поистине удивительное доказательство, но эти поля слишком узки, чтобы вместить его здесь.

Но тогда выходит, что восстановленный текст совсем не тот, который был опубликован. Ну ещё бы, конечно же не тот! Ведь если публиковать реальный текст пометок, сделанных на полях книги, то никто ничего не поймёт, т.к. тот, кто их пишет, делает это не для кого-то, а только для себя. С другой стороны, очевидно, что содержание записей на полях таково, что они никак не могли быть сделаны по ходу чтения книги, а являются результатом очень объёмной и многолетней работы, которая была выполнена отдельно.

Очевидно, что дополнительно к этим коротким записям есть ещё целая куча бумаг в черновом и чистовом вариантах с краткими или подробными разъяснениями. Эти бумаги далеко не всегда подготовлены для печати и их ещё нужно доводить до требуемого состояния. Отсюда и понятно, почему для публикации в 1670 году текст был соответствующим образом отредактирован. Из реальных пометок было изъято всё, что раскрывает способ доказательства и последовательность решения отдельных задач, приведшая в итоге к открытию ВТФ.

Восстановленные пометки следуют в хронологическом порядке и могут расходиться во времени на годы. Записи на полях книги делались по мере их готовности, однако не предполагалось, что публиковаться они будут в таком же виде. Как раз наоборот, в итоговой формулировке ВТФ было полностью удалено всё то, что можно было утаить из истории и составных частей этого блестящего научного открытия. Остался лишь конечный результат, который оказался не по силам всей последующей науке вплоть до начала XXI столетия!

Появись эта реконструкция оригинала записи ВТФ на полях книги лет на 30 раньше, это вызвало бы в учёном мире настоящий переполох, т.к. шестая запись развивает (!!!) эту теорему до общего случая с разными показателями степеней! Однако переполох всё же состоялся 25 лет назад и вызвал его опять-таки не профессионал, а интересующийся ВТФ любитель со своей гипотезой, соответствующей восстановленной шестой записи. Конечно, поверить во всё это нелегко, но ведь и придумать такое тоже вряд ли возможно. Нам предстоит теперь более подробно разъяснить эти восстановленные записи на полях и это будет сделано в следующих разделах нашего исследования, а помогать в этом нам будет тот самый сенатор, который и затеял всю эту историю.

2. История заблуждений

Беспрецедентная череда неудач, крушений тайных надежд и поражений в затянувшемся на века штурме неприступной крепости, именуемой «Великая теорема Ферма», обернулись для науки таким кошмаром, который поставил под сомнение даже само её существование. Подобно свирепой эпидемии чумы ВТФ не только лишала рассудка многочисленных ферматистов-любителей, учёных и непризнанных гениев, но и очень даже поспособствовала тому, чтобы вся наука целиком оказалась ввергнутой в пучину неуправляемого хаоса.

Уже три с половиной столетия прошло после первой публикации ВТФ и 25 лет после того, как было объявлено, что в 1995 г. эту проблему якобы решил профессор Принстонского университета США Эндрю Вайлс (Andrew Wiles)[6]. Одна-

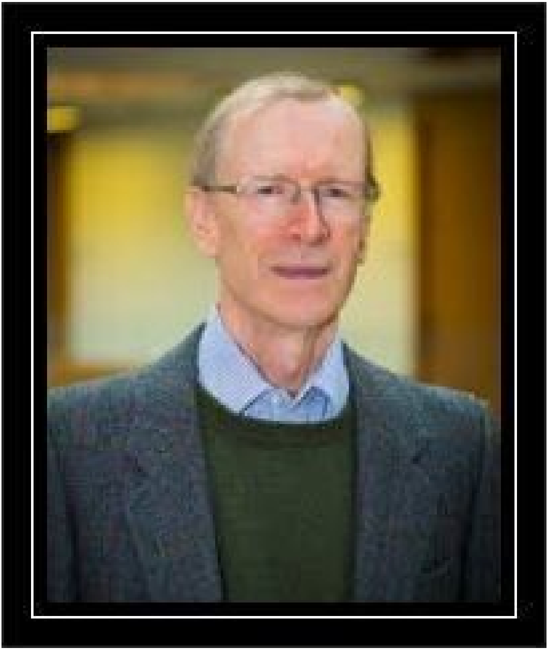
[6] Это была поистине грандиозная мистификация, организованная Принстонским университетом США в 1995 г. после публикации в собственном коммерческом издании «Annals of Mathematics» «доказательства» ВТФ Э. Вайлса и мощнейшей информационной кампанией в СМИ. Казалось бы, такое сенсационное научное достижение должно было быть выпущено массовым тиражом по всему миру. Ан нет! Понимание этого текста доступно только специалистам с соответствующей подготовкой. Вот это да! Теперь даже то, что нельзя понять, может считаться доказательством! Однако справедливости ради следует признать, что даже такое откровенно циничное глумление над наукой, представленное как величайшее «научное достижение» светил университета из Принстона, и в подметки не годится блистательной афере их земляков из Национального космическо-

ко в очередной раз оказалось, что это «эпохальное» событие не имеет к ВТФ вообще никакого отношения![7] «Доказательство» Вайлса держится лишь на идее, которую предложил немецкий математик Герхард Фрай (Gerhard Frey). Её оценили как гениальную, но видимо только потому, что это была элементарная и даже очень распространённая ошибка!!! Вместо того, чтобы доказать невозможность уравнения Ферма $a^n+b^n=c^n$ в целых числах при $n>2$, доказывается лишь его несовместимость в системе с уравнением $y^2=x(x-a^n)(x+b^n)$. Подобным способом можно доказывать вообще всё что угодно. Предъяви эту же работу кто-нибудь из студентов, любой из профессоров быстро вывел бы его на чистую воду, указав на очевидную подмену предмета доказательства.

Рис. 12. Эндрю Вайлс

го управления NASA, в результате которой весь цивилизованный мир в течение половины столетия ничуть не сомневался в том, что американские астронавты действительно побывали на Луне!

[7] «Доказательство», которое Э. Вайлс готовил в течение семи лет упорного труда и опубликовал аж на 130 (!!!) журнальных страницах, превзошло все разумные пределы научного творчества и, конечно же, его ожидало неминуемое горькое разочарование. Ведь такой внушительный объём казуистики, понятной только её автору, ни по форме, ни по содержанию никак не подходит для того, чтобы представлять это в качестве доказательства. Но тут произошло самое настоящее чудо. Вдруг невесть откуда появился сам всемогущий нечестивый! Тут же нашлись влиятельные люди, подхватившие «гениальные идеи» и развернувшие бурную пиар кампанию. И вот тебе мировая слава, множество титулов и премий! Открыты двери в самые престижные учреждения! Но вот такого чуда даже и врагу не пожелаешь, ведь рано или поздно афера-то всё равно откроется.



Тем не менее эта суперсенсационная новость с большой помпой отмечалась в ведущих мировых СМИ. Самая влиятельная газета США «Нью-Йорк Таймс» сообщила об этом прямо на титульной полосе … на целых 2 года раньше появления самого «доказательства»!!! Эндрю Вайлс как автор «доказательства» стал членом Французской академии наук и лауреатом аж 18-ти самых престижных премий!!! Для освещения этого знаменательного события британская телекомпания BBC выпустила восторженный фильм, а также был приглашён писатель Саймон Сингх (Simon Singh), опубликовавший в 1997 году книгу под названием «Великая теорема Ферма. История загадки, которая занимала величайшие умы мира на протяжении 358 лет».

Рис. 13. Герхард Фрай

Если бы Сингх самостоятельно готовил эту книгу, то у него возникло бы столько вопросов, что он и за 20 лет бы не справился. Конечно же, ему всеми силами помогали те самые герои профессора, прославляемые в фильме BBC, потому-то книга удалась на славу и действительно читать её очень интересно даже тем, кто знает о математике только понаслышке. Первое, что сразу бросается в глаза, так это то, что в книге допущена арифметическая ошибка (!), причём не где-нибудь, а в самом её названии! Ведь хорошо известно, что «величайшие умы» ничего не могли знать о ВТФ до 1670 г., когда её формулировка впервые появилась в книге, изданной сыном Ферма Клеманом Самюэлем, «Арифметика» Диофанта с комментариями К. Баше и замечаниями П. Ферма[8] (см. Приложение VI рис. 96). Но тогда должно быть не 358, а 325 лет, и выходит, что Сингх просто не заметил ошибку?

Однако не спешите с выводами! Эта ошибка не автора книги и вовсе не случайна. Те же самые профессора напе-

---

[8] Если бы эта книга была опубликована при жизни Ферма, то его просто порвали бы на куски, т.к. в своих 48 замечаниях он не дал доказательства ни одной из своих теорем. Но в 1670 г. т.е. через 5 лет после его смерти расправляться было не с кем и маститым математикам пришлось самим искать решения предложенных им задач. С этим как-то уж совсем не задалось и, конечно, многие из них не могли простить Ферма такой дерзости. Не забылось и то, что ещё при жизни он дважды устраивал вызовы английским математикам, с которыми те явно не справились, несмотря на его великодушное признание их достойными соперниками в письмах, полученных ими от Ферма. Только через 68 лет после первой публикации «Арифметики» Диофанта с замечаниями Ферма ситуация, наконец-то, сдвинулось с мёртвой точки, когда величайший гений науки Леонард Эйлер доказал частный случай ВТФ для n=4, применив метод спуска в точном соответствии с рекомендациями Ферма (см. Приложение II). Позже, благодаря Эйлеру, получили решения и другие задачи, а вот ВТФ так никому и не покорилась.

ребой рассказывали Сингху о том, что якобы ещё в 1637 г.[9] Ферма и сам обнаружил ошибку в своём доказательстве, но просто забыл вычеркнуть эту теорему в записях на полях книги. Кто придумал эту небылицу неизвестно, но многие учёные воспринимали её как известный факт и повторяли раз за разом в своих работах. Понять их можно, ведь иначе получалось, что Ферма оказался умнее их всех! Когда Эндрю Вайлс заявил (https://www.pbs.org/wgbh/nova/article/andrew-wiles-fermat/): «Я не верю, что у Ферма было доказательство», то это мнение было вовсе и не ново, т.к. об этом много раз твердили многие очень авторитетные учёные. Однако это же явно противоречит логике. Получается, что Фер-

[9] В пункте 2-30 письма Ферма к Мерсенну ставится задача: «*Найти два квадрато-квадрата, сумма которых равна квадрато-квадрату, или два куба, сумма которых есть куб*» [9, 36]. Датировка этого письма в издании Таннери вызывает сомнения, т.к. оно было написано после писем с более поздней датировкой. Поэтому вероятнее всего оно было написано в 1638 г. Отсюда делается вывод, что ВТФ появилась в 1637 году??? Но разве у ВТФ такая формулировка? Даже если эти две задачи есть частные случаи ВТФ, то как же можно приписывать Ферма то, о чём в то время он вряд ли мог даже догадываться? Кроме того, на неразрешимость задачи о разложении куба на сумму двух кубов впервые указал арабский математик Абу Мухаммед аль Худжанди ещё в X столетии [36]. А вот неразрешимость такой же задачи с биквадратами является следствием решения задачи из пункта 2-10 того же письма: «*Найти прямоугольный треугольник в числах, площадь которого равнялась бы квадрату*». Способ доказательства Ферма даёт в своем 45-м замечании к «Арифметике» Диофанта, которое начинается так: «*Если бы площадь треугольника была квадратом, то были бы даны два квадрато-квадрата, разность которых была бы квадратом*». Таким образом, в то время постановка этой задачи и подход к её решению сильно отличались даже от частного случая ВТФ.

ма каким-то невероятным образом умудрился сформулировать совсем не очевидную теорему, не имея на то вообще никаких оснований[10].

Другое противоречие в книге Сингха – это явное несоответствие между документальными фактами и оценками консультантов личности Ферма как учёного. Нужно отдать должное Сингху в том, что он добросовестно, (хотя и не полно), изложил ту часть творчества Ферма, которая относится к его вкладу в науку и подтверждается документально. Особенно следует отметить то, что в его книге арифметика названа «самой фундаментальной из всех математических дисциплин». Одного только перечисления достижений Ферма в науке вполне достаточно, чтобы не сомневаться, что учёных такого уровня за всю историю науки было считанные единицы.

Но если это так, то зачем же нужно было додумывать то, что никакими фактами не подтверждается и лишь искажает реальную картину? Уж очень это похоже на стремление убе-

---

[10] Чтобы сомнений не возникало, были предприняты попытки как-то «обосновать» то, что у Ферма не могло быть доказательства, упоминаемого в оригинальном тексте ВТФ. См. например, https://cs.uwaterloo.ca/~alopez-o/math-faq/node26.html (Did Fermat prove this theorem?). Подобная «аргументация» никому из здравомыслящих людей, имеющих отношение к науке, и в голову не придёт, т.к. это даже в принципе не может быть убедительно. Ведь таким способом можно приписать Ферма любую галиматью. Но инициаторы подобных вбросов явно не учли, что это и есть свидетельство организованной и срежиссированной информационной кампании со стороны тех, кто был заинтересован в продвижении «доказательства» Вайлса.

дить всех в том, что Ферма не мог доказать ВТФ, поскольку это якобы подтверждается историками. Но историки получали сведения от тех самых математиков, которые не справились с задачами Ферма и могли таким вот образом выражать своё недовольство. Вот так и появляются всякие взятые ниоткуда рассуждения о том, что Ферма был учёным-любителем, арифметика привлекала его лишь головоломками, которые он «придумывал», ВТФ он тоже «придумал», глядя на уравнение Пифагора, а свои доказательства он не желал публиковать из-за опасений критики коллег.

Рис. 14. «Нью Йорк Таймс» от 24.06.1993 г. со статьёй о решении проблемы ВТФ

"All the News That's Fit to Print"

The New York Times

NEW YORK, THURSDAY, JUNE 24, 1993

At Last, Shout of 'Eureka!' In Age-Old Math Mystery

Split in Japan's Ruling Party Is Rearranging Political Map

House Retains Space Station In a Close Vote

SENATORS TAKE UP CLINTON'S BUDGET WITH ACID DEBATE

Two Parties Revisit the Stage Trading Vitriolic Speeches on How to Trim Deficit

Cutback in U.S. Funds to Reduce Summer Jobs for New York Youths

S.& L. Woes Impinge on Privileged Haven

Budget Debate: A Primer

Cutting Through Claims and Counterclaims As Senate Ponders Ways to Curb the Deficit

U.S. Reports Setback On Russian Aid Plan

Economic Rumblings

INSIDE

Рис. 15. Саймон Сингх

Вот нате вам, получите! Вместо величайшего учёного и основоположника теории чисел, а также комбинаторики, (вместе с Лейбницем), аналитической геометрии, (вместе с Декартом), теории вероятностей, (вместе с Б. Паскалем), теории волновой оптики, (вместе с Гюйгенсом), дифференциального исчисления, (вместе с Лейбницем и Ньютоном), к наследию которого обращались в течение веков величайшие деятели науки, теперь вдруг появился «любитель» головоломок, который всего-то лишь получал удовольствие от того, что никто не может их решить. А раз арифметика – это головоломки, то вот эта самая фундаментальная из всех наук низводится до уровня составления кроссвордов. Такая «логика» явно шита белыми нитками, и чтобы в этом убедиться, достаточно просто указать на некоторые общеизвестные факты.

История не сохранила ни одного свидетельства того, что в период жизни и деятельности П. Ферма кто-нибудь решил хотя бы одну из его задач[11]. Это и стало основанием для оппонентов ещё в те времена сочинять о нём всяческие байки. В сохранившихся письмах, он сообщал, что уже три раза посылал доказательства своим респондентам. Но ни одно из них, естественно, до нас не дошло, т.к. получатели писем Ферма, конечно же, не желали выглядеть для потомков так, будто не справились с простенькими задачками.

Другой неоспоримый факт – это то, что личный экземпляр Ферма книги «Арифметика» Диофанта 1621 г. издания с его рукописными замечаниями на полях никто из очевидцев никогда не видел!!! Ну просто прелюбопытнейшая по-

---

[11] Исключением является один из величайших английских математиков Джон Валлис (John Wallis) см. п. 3.4.3.

лучается картина. Критики Ферма на полном серьезе клюют на остроумную гасконскую шутку, что достопочтенный сенатор, (видимо, из-за нехватки у него бумаги!), записывает на полях книги гусиным пером точный и выверенный текст из тридцати шести латинских слов, но абсолютно не допускают того, что у него, (у величайшего учёного!), и в самом деле было «поистине удивительное доказательство» его собственной теоремы[12].

Даже трудно себе представить, как были бы изумлены эти критики, узнав, что в действительности Ферма вообще никогда и не занимался поисками этого доказательства, т.к. в то время не мог знать, что именно нужно доказывать. Но как раз в последней фразе формулировки ВТФ, которая их так возмущала, есть ключевое слово, которое прямо указывает

---

[12] Очевидно, что если бы речь шла только о формулировке ВТФ, то было бы очень неразумно записывать её на полях книги. Но сетования Ферма на узкие поля повторяются и в других замечаниях, например, в 45-м, в конце которого он добавляет: «*Полное доказательство и пространные объяснения не могут поместиться на полях из-за их узости*» [9, 36]. А ведь только одно это замечание занимает целую печатную страницу! Конечно, он ничуть и не сомневался, что его гасконский юмор будет оценён по достоинству. Когда его сын Клеман Самюэль, который, естественно, обнаружил несоответствие пометок на полях подготовленным к публикации замечаниям, то совсем этим не был удивлён, поскольку для него было очевидно, что сразу по ходу чтения книги дать точные формулировки задач и теорем совершенно невозможно. То, что этот экземпляр «Арифметики» Диофанта с рукописными пометками Ферма не дошёл до нас наводит на мысль, что уже тогда он был исключительно ценным раритетом, поэтому мог быть куплен другим владельцем за очень высокую цену и тот, конечно, хотя бы ради собственной безопасности не был настолько глуп, чтобы трубить об этом на весь мир.

на то, каким образом он эту задачу решил. Получилось так, что учёный мир столетиями понапрасну изводил себя в поисках доказательства ВТФ, а сам Ферма никогда его не искал, а просто заявил, что он его открыл![13]

Можно также напомнить оппонентам, твердящим о намеренном отказе Ферма публиковать свои работы, что, например, Декарт получил разрешение на публикации от самого его высокопреосвященства кардинала Ришелье. Для Ферма это было невозможно и об этом есть даже письменное (!!!) свидетельство, (см. текст на надгробной плите П. Ферма: «Vir ostentationis expers… – Он был лишен возможности публикаций…» См. Приложение VI рис. 93-94). Тем не менее, даже находясь в таких условиях, он всё-таки подготовил к изданию «Арифметику» Диофанта, с добавлением своих

[13] Текст последней фразы ВТФ: «*Я открыл тому поистине удивительное доказательство, но эти поля слишком узки, чтобы вместить его здесь*», – явно не относится к сути содержания теоремы, однако для многих математиков он выглядит настолько вызывающе, что они всячески стремились показать, что это просто пустое бахвальство. При этом они не заметили ни юмора насчет полей, ни ключевого слова «открыл», которое здесь явно не подходит. Более подходящими словами здесь могли быть, скажем, «получил» или «нашёл». Если бы оппоненты Ферма обратили на это внимание, то им стало бы ясно, что слово «открыл» указывает на то, что доказательство он получил неожиданно, решая задачу Диофанта, к которой и было написано замечание, получившее название ВТФ. Таким образом, математики столетиями безуспешно искали доказательство ВТФ вместо того, чтобы искать решение задачи Диофанта о разложении квадрата на сумму двух квадратов. Им-то казалось, что задача Диофанта явно не стоит их внимания. А вот для Ферма она стала едва ли не самой трудной из всех, которыми он занимался, и когда он все-таки с ней справился, то в награду и получил открытие ВТФ.

48-ми замечаний, одно из которых и получило название «Великая Теорема Ферма».

Издание должно было появиться в честь исторически значимого события – основания Французской академии наук, в подготовке которого участвовал и сам Ферма, переписываясь со своим давним коллегой из парламента Тулузы Пьером де Каркави (Pierre de Carcavy), ставшего королевским библиотекарем. Королевский указ о создании Французской академии наук готовил Каркави, а вносил его на подписание Людовику XIV всемогущий министр финансов Жан-Батист Кольбе́р (Jean-Baptiste Colbert). Однако академия наук была создана лишь в 1666 г., т.е. только через год после смерти Ферма.

Математики очень славятся тем, какие они строгие педанты, формалисты и буквоеды, но, как только речь заходит о ВТФ, все эти качества сразу куда-то исчезают. Оппоненты Ферма, игнорируя общеизвестные факты, называли его то отшельником, (это сенатора-то из Тулузы!), то князем любителей, (это одного-то из основателей Французской академии наук!), и это несмотря на его вклад в науку, сопоставимый по своей значимости лишь с парой или тройкой самых выдающихся ученых за всю историю науки!

Не преминули они также ехидно указать на то, что о Ферма никто бы так и не узнал, если бы его задачами не заинтересовался величайший математик всех времен и народов Леонард Эйлер (Leonhard Euler). Но как раз это магическое имя и сыграло с ними злую шутку. Их безграничная вера в новаторские изыскания Эйлера была слишком слепой, чтобы заметить, что именно благодаря ему, наука получила такой мощный удар, от которого она не может оправиться до сих пор!

Математики не просто поверили Эйлеру, но и горячо поддержали его в том, что алгебра – это самая главная математическая наука, а вот арифметика является лишь одним из её элементарных разделов[14]. Задумка Эйлера была действительно превосходной, поскольку его алгебра, получившая новые возможности за счёт использования «комплексных чисел», должна была стать мощнейшим научным прорывом, который позволил бы не только расширить диапазон чисел от числовой оси до числовой плоскости, но и бо́льшую часть всех вычислений сводить к решению алгебраических уравнений[15].

---

[14] Любопытно, что русскоязычное издание фундаментального труда Эйлера вышло в 1768 г. под названием «Универсальная арифметика», хотя оригинальное название «Vollständige Anleitung zur Algebra» должно переводиться как «Полное руководство по алгебре». Видимо, переводчики, (студенты Петр Иноходцев и Иван Юдин), резонно полагали, что уравнения исследуются здесь главным образом с точки зрения их решений в целых или рациональных числах, т.е. методами арифметики. Для сегодняшнего читателя это 2-х томное издание представляется как китайская грамота, поскольку вместе с сильно устаревшим русским языком и орфографией здесь просто неимоверное количество опечаток. Вряд ли сегодняшняя РАН как наследница «Императорской академии наук», издавшей этот труд, понимает его истинную ценность, иначе он давно был бы переиздан в современном и общедоступном виде.

[15] Здесь есть аналогия между алгеброй и аналитической геометрией Декарта и

Рис. 16. Леонард Эйлер

Ферма, которая выглядит более универсальной по сравнению с геометрией Евклида. Тем не менее, арифметика и геометрия Евклида являются фундаментами, на которых только и могут появиться алгебра и аналитическая геометрия. В этом смысле идея Эйлера рассматривать все вычисления сквозь призму алгебры заведомо ущербна. Но его логика была совсем иной. Он понимал, что если наука будет развиваться только путём увеличения разновидностей уравнений, которые она способна решать, то рано или поздно она зайдет в тупик. И в этом смысле его исследования представляли для науки огромную ценность. Другое дело, что их алгебраическая форма была воспринята как магистральный путь развития и это привело в дальнейшем к разрушительным последствиям.

Необходимость «комплексных чисел» математики объясняют очень даже просто. Чтобы решать абсолютно любые алгебраические уравнения нужно, (всего-то лишь!), сделать так, чтобы уравнение $x^2+1 = 0$ стало разрешимым[16]. По-

[16] Здесь-то и возникает понятие «числовой плоскости», где по оси x располагаются действительные числа, а по оси y мнимые, т.е. те же действительные, только умноженные на «число» $i= \sqrt{-1}$. Но тогда между этими осями получается

русски его можно назвать «Не пришей кобыле хвост!». Это уравнение совсем не безобидно, т.к. с практическими задачами оно никак не связано, а основы науки подрывает очень даже существенно. Тем не менее, дьявольское искушение на пустом месте создать нечто очень эффектное и грандиозное оказалось сильнее здравого смысла, и Эйлер решил продемонстрировать новые математические возможности на практике.

ВТФ, которую Эйлеру никак не удавалось доказать, отлично подходила бы для демонстрации возможностей новой чудо алгебры. Однако результат получился более чем скромным – вместо общего доказательства ВТФ удалось доказать только один частный случай для 3-й степени [8, 30]. Более амбициозно выглядело доказательство другой теоремы Ферма о единственном решении в целых числах уравнения $y^3=x^2+2$ [36]. Ведь это была задача ох какая трудная и её, как и ВТФ, в то время никто из математиков не мог решить. Несмотря на то, что сама возможность разрешимости любого алгебраического уравнения ещё не была доказана, эти демонстрации Эйлера были восприняты на ура. Оставалось лишь найти решение проблемы под названием «Основ-

---

противоречие – на действительной оси множитель 1^n является нейтральным, а на мнимой оси множитель i^n нет, а это не согласуется с базовыми свойствами чисел. Если уж вводится число i, то оно должно присутствовать на обеих осях, но тогда нет никакого смысла введения второй оси. Вот и выходит, что с точки зрения базовых свойств чисел эфемерное создание в виде числовой плоскости – полная бессмыслица.

ная теорема алгебры». С этой задачей блестяще справился в 1799 г. настоящий титан науки Карл Гаусс (Carl Gauß), который представил доказательство аж 4-мя разными способами!

Научное сообщество встретило все эти «достижения» бурными овациями. А как радовался нечестивый, так и не передать. Да уж, это надо же, как весь цивилизованный учёный мир загнал сам себя в тупик! Ведь очевидно, что для науки, которая на арифметику не опирается, никаких разумных ограничений не существует и последствия будут печальными, а от доминирования алгебры арифметика станет настолько трудной, что острословы язвительно назовут её наукой для элитарных математиков, в которой они могут демонстрировать остроту своего ума!

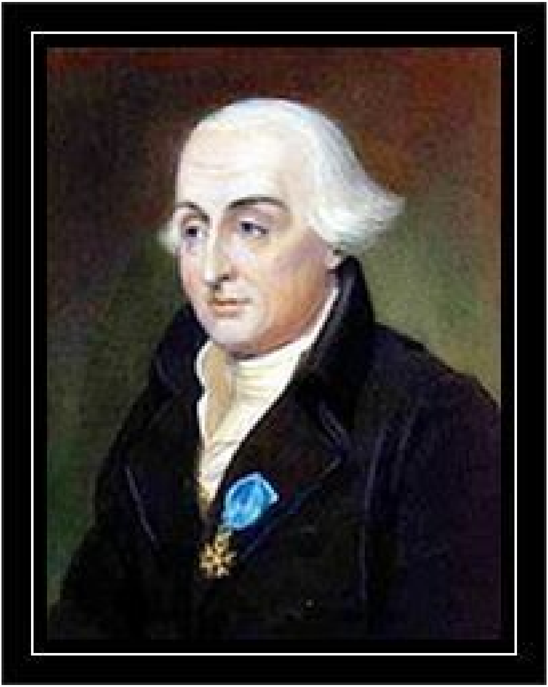
Рис. 17. Карл Фридрих Гаусс

Но сами-то учёные, ничего не подозревающие и преисполненные самых что ни есть наилучших побуждений, продолжали продвигать науку вперёд к новым высотам, причём так усердно, что толи ненароком, толи по недоразумению взяли, да и потеряли «Золотую теорему Ферма» (ЗТФ)! А ведь это было одно из самых впечатляющих открытий Пьера Ферма в арифметике, которым он очень гордился.

Случилось так, что третий в истории королевский математик Жозеф Лагранж (Joseph Lagrange) вместе со своим предшественником, вторым королевским, (и первым императорским!), математиком Леонардом Эйлером, доказал в 1772 году лишь один частный случай ЗТФ для квадратов, чем прославился на весь мир. Это замечательное достижение науки получило название «Теорема Лагранжа о четырёх квадратах».

Наверное, это хорошо, что Лагранж два года не дожил до того момента, когда в 1815 г. совсем ещё молодой Огюстен Коши́ (Augustin Cauchy) представил своё общее доказательство ЗТФ для всех многоугольных чисел. Но тут вдруг произошло нечто ужасное, неизвестно откуда появился нечестивый и вставил свое фэ. И вот никакой тебе мировой славы, да ещё и полная обструкция со стороны коллег.

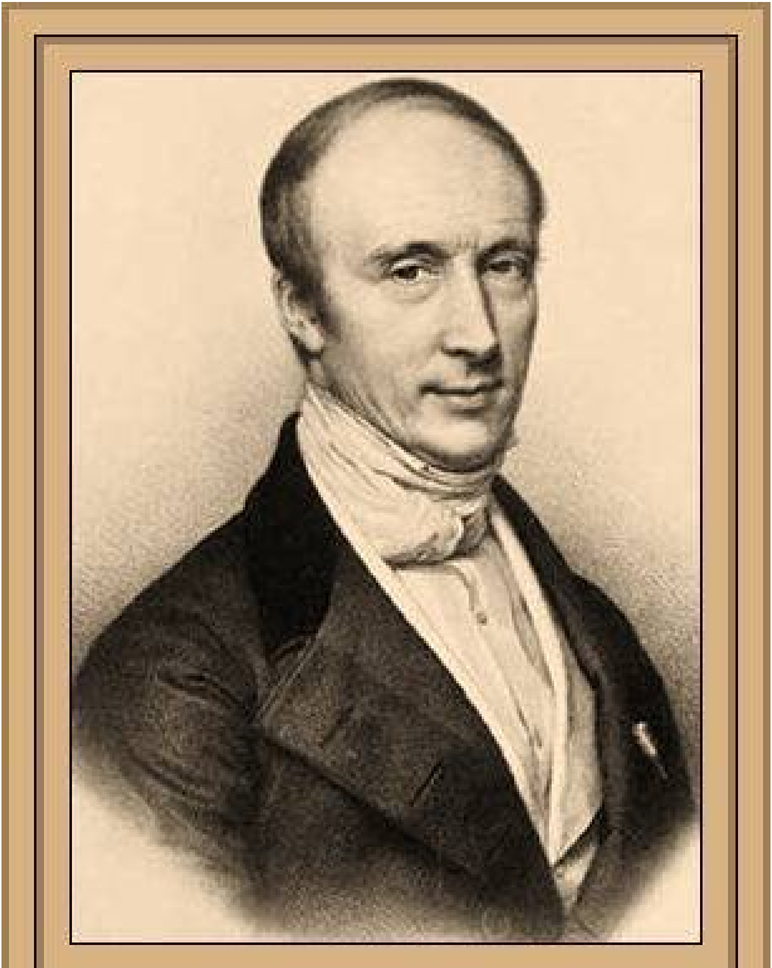
Рис. 18. Жозеф Лагранж



И ничего уж тут не поделаешь, ну не взлюбили академики Коши и тихим сапом добились того, что это общее доказательство ЗТФ было проигнорировано и не попало в учебники. Также, как и доказательства Гаусса 1801 г. для треугольников и тех же квадратов никто не вспоминает, но вот зато в учебниках до сих пор по-прежнему и очень подробно излагается знаменитая теорема Лагранжа. Впрочем, после того как Google опубликовал факсимиле изданного во Франции доказательства Коши Золотой Теоремы Ферма [3] стало ясно, почему оно не было поддержано академиками (см. п. 3.4.2).

Тем временем, учёные всего мира, воодушевившись этими грандиозными подвижками, так воспрянули, что замахнулись аж на саму ВТФ! К ним присоединилась ещё и знаменитая женщина, очень известная среди учёных и математиков Мари́-Софи́ Жерме́н (Marie-Sophie Germain). Эта талантливая и амбициозная мадмуазель предложила изящный способ, который применили сразу два гиганта математической мысли Лежён Дирихле́ (Lejeune Dirichlet) и Адриен Лежа́ндр (Adrien Legendre), чтобы доказать… только один частный случай ВТФ для пятой степени.

Рис. 19. Огюсте́н Коши́



Ещё один такой же гигант Габриэль Ламе́ (Gabriel Lamé), сумел-таки сделать почти невозможное и получить доказательство высшей трудности… другого частного случая ВТФ для седьмой степени. Таким образом, вся эта элитарная четвёрка представителей из высшего общества учёных сумела доказать аж целых два (!) частных случая ВТФ [6,38].

Рис. 20. Мари́-Софи́ Жерме́н

Рис. 21. Лежён Дирихле́

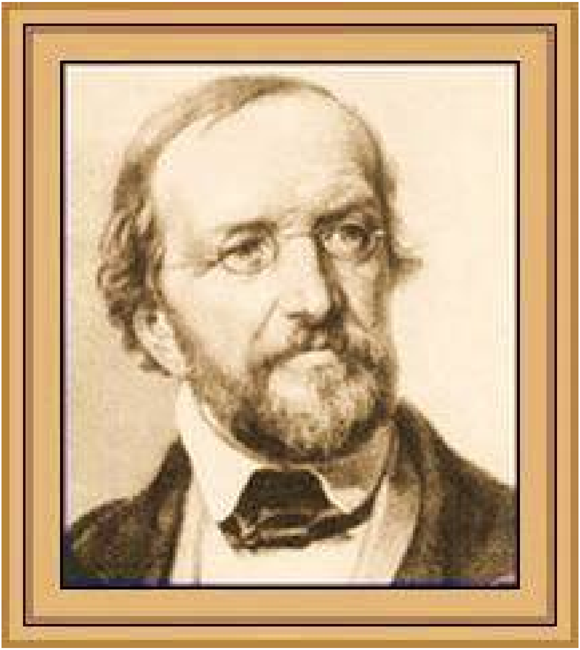
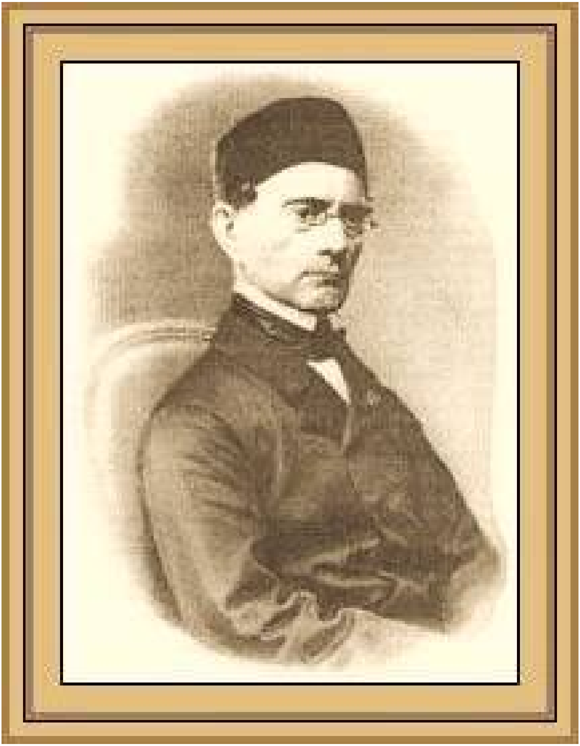


Рис. 22. Адриен Лежа́ндр

Этим результатом можно было гордиться, поскольку даже Эйлер также смог доказать лишь два частных случая ВТФ для 3-ей и 4-ой степеней. В доказательстве для 4-ой степени он применил метод спуска, следуя в точности рекомендациям Ферма, (см. Приложение II). Этот случай особенно важен тем, что его доказательство действительно для всех чётных степеней, т.е. для получения общего доказательства

ВТФ можно рассматривать только нечётные степени. Следует отметить, что именно Эйлер решил, (и даже существенно расширил!), почти все наиболее трудные задачи Ферма и если бы не он, то одно лишь имя Ферма могло бы вызывать у математиков настоящий озноб. Но только не у Софи́ Жерме́н, которую совсем не устраивала ситуация с недоказанной ВТФ, и она даже отважилась предложить заняться этой задачей самому Гауссу! Но тот просто отмахнулся от неё, ответив, что ВТФ интересует его мало, а подобных утверждений, которые невозможно ни доказать, ни опровергнуть, можно найти сколько угодно.

Рис. 23. Габриэль Ламе́

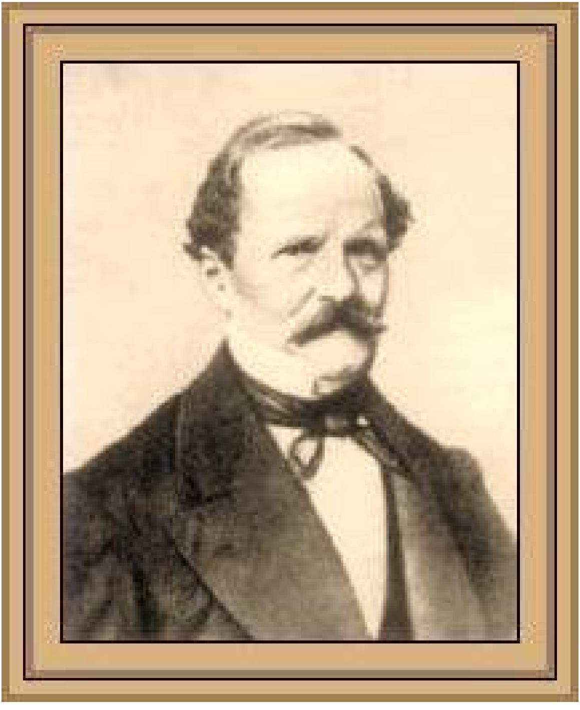


Конечно, Гаусс и сам был бы рад услужить этой даме, но если бы он мог это сделать, то и уговаривать его было бы не нужно. Например, с помощью разработанной им «Арифметики вычетов», прообразом которой послужила «Малая теорема Ферма», было наглядно показано, как можно эффективно решать труднейшие задачи арифметики. В частности, только Гауссу удалось найти решение задачи Ферма о вычислении двух единственно возможных квадратов, сумма которых даёт заданное простое число типа 4n+1 [11, 25].

Характерная особенность Гаусса – это его неприязнь к сомнительным нововведениям. Например, вряд ли он мог бы представить себя создателем геометрии кривых пространств. Но когда он установил, что такая геометрия может иметь место и не содержать противоречий, то был этим очень озадачен. Он был уверен, что практического применения его находка иметь не может из-за отсутствия каких-либо реальных фактов, подтверждающих что-либо подобное, однако быстро нашёл хороший выход – просто помог опубликовать это открытие своему русскому коллеге Николаю Лобачевскому и сделал это так искусно, что никто даже не удивился, когда работу по неевклидовой геометрии российский профессор и ректор Казанского университета издал… в Берлине и на немецком языке! В будущем сомнения Гаусса подтвердились. Появились последователи и наводнили науку целой кучей подобных «открытий».

Несмотря на то, что своим доказательством «Основной теоремы алгебры» Гаусс поддержал Эйлера в продвижении его идеи применения «комплексных чисел», никаких других возможностей для подвижек в этом направлении он не обнаружил. Да и то, что продемонстрировал Эйлер, его также не впечатлило. Более того, даже современная наука ничего вразумительного по применению «комплексных чисел» предложить не может. Зато море всяческих «научных» трудов, исследований и учебников по этой теме явно неадекватно её истиной ценности. Гаусс как чувствовал, что с этими «числами» что-то неладно и добром это не кончится, потому в этом направлении и не работал.

Рис. 24. Эрнст Куммер



Гром грянул в 1847 году, когда на заседании членов Французской академии наук Габриэль Ламе и Огюстен Коши сообщили, что их доказательства ВТФ уже готовы к рассмотрению на конкурсе. Однако, когда для выявления победителя уже можно было вскрыть полученные от них запечатанные конверты, всех опустил на грешную землю немецкий математик Эрнст Куммер (Ernst Kummer). В его письме сообщалось, что доказательство ВТФ на основе «комплексных чисел» невозможно, из-за неоднозначности их разложения на простые множители[17].

Вот тебе на! Эти-то самые «комплексные числа» оказывается вовсе и не числа!!! И нет бы заметить, наконец, что после того, как из-под науки вышибли арифметику, она висит в воздухе, не имея никакой прочной основы. Да и ошибки великих в своих последствиях тоже экстремальны, и они начинают корёжить науку, да так, что она, вместо целостной системы знаний, создает кучу не связанных между собой фрагментов.

Если уж так случилось, то ещё тогда в 1847 году эти самые «комплексные числа» нужно было со всеми почестями тор-

---

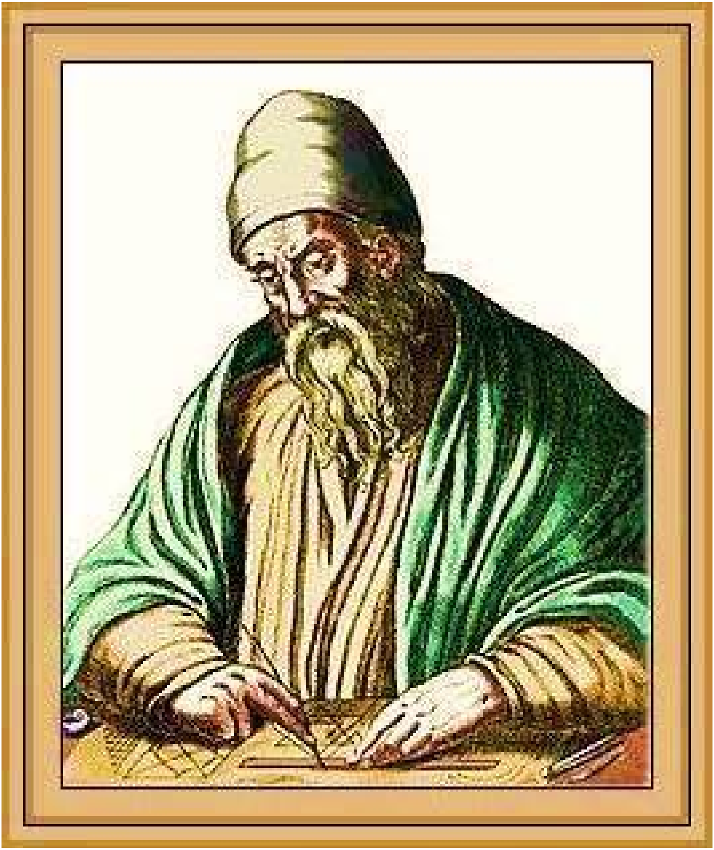
[17] Согласно основной теореме арифметики разложение любого натурального числа на простые множители всегда однозначно, например, $12=2\times2\times3$, т.е. иными простыми множителями это число, как и любое другое, представить невозможно. Но для «комплексных чисел», в общем случае однозначность утрачивается, например, $12=(1+\sqrt{-11})\times(1+\sqrt{-11})=(2+\sqrt{-8})\times(2+\sqrt{-8})$. Фактически это означает крушение науки в самих ее основах. Однако общепринятых критериев, (в виде аксиом), того, что можно относить к числам, а что нет, как не было, так и нет до сих пор.

жественно похоронить. Но вот с этим делом как-то совсем не заладилось и неупокоенные души давно умерших теорий оказываются настолько живучими, что их никакими силами не удаётся изгнать из учебников и профессорских лекций. Они будут кочевать по разным книгам и справочникам, авторы которых будут в полном неведении, насколько их труды обесцениваются от этого никому не нужного балласта.

В упомянутой книге Сингха хорошо показано как неоднозначность разложения составных целых чисел на множители лишает возможностей построить логические заключения в доказательствах и там же сообщается о том, что теорема об однозначности такого разложения для натуральных чисел была дана ещё в «Началах» Евклида. Конкретная книга и место расположения в теоремы не указано, поэтому найти нужный текст довольно сложно, однако это действительно оказалось так[18].

Рис. 25. Евклид

[18] Теорема и ее доказательство даётся в «Началах» Евклида книга IX, предложение 14. Без этой теоремы решение преобладающего множества арифметических задач становится либо неполным, либо вообще невозможным.



«Начала» Евклида» – очень старая книга с архаичной терминологией, в которой эта исключительно важная для науки теорема как-то затерялась и о ней просто забыли. Первым обнаружил пропажу Гаусс. Он сформулировал её вновь и дал доказательство, содержавшее на удивление простую и даже детскую ошибку, при которой в качестве аргументации используется как раз то, что нужно доказать, (см. п. 3.3.1).

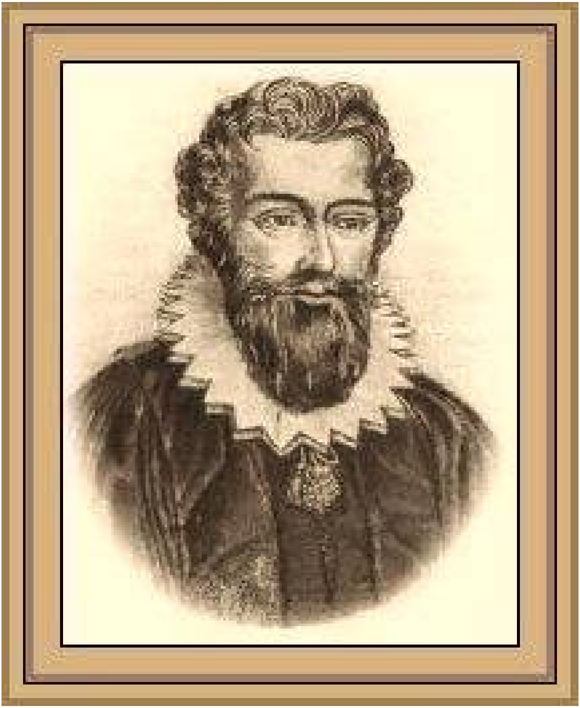
Но ведь это же не рядовая теорема, на ней держится вся наука! А что же у Евклида? О, Господи! По сути, его доказательство такое же, как у Гаусса, т.е. ошибочное!!! Рассказать кому, так ведь и не поверят! На одном и том же месте споткнулись аж три гиганта науки: Евклид, Эйлер и Гаусс! Но тогда выходит, что вся эта наука липовая, а теперь, благодаря книге Сингха и вопреки всем благим намерениям автора, эта наводившая на всех ужас ВТФ, которая теперь даже в теории стала вообще недоказуемой, рассвирепела так, что, как истинное чудовище, одним махом обесценила все вековые труды учёных! Но они-то живут не в сказочном, а в настоящем королевстве кривых зеркал, и сами-то ещё ничего об этом не знают.

Фиаско, которое потерпели академики Коши и Ламе, не привело к отказу от использования в науке суррогатов чисел, тем более, что сокрушивший их работы Куммер нашёл способ, позволяющий, (при небольшой модернизации), доказывать ВТФ для любого конкретного частного случая. До окончательной победы над ней оставалась лишь самая малость – получить единое общее доказательство. С тех пор прошло уже 170 лет, а воз и ныне там. Поддержанные в своё время гением Эйлера «комплексные числа» и в наши дни представляются как некое расширение понятия числа. Это выглядит очень внушительно и солидно, но всё же требует чёткого определения самого этого понятия. А вот как раз с этим дела совсем плохи.

Студенты, интуитивно чувствующие, что их понапрасну мучают той самой филькиной грамотой про какие-то несуществующие числа, возьми, да и спроси: «А что такое число?» Им и невдомёк, что ни один профессор ничего путного ответить на этот вопрос не может, даже если он перечитал всё, что только есть по математике. Один из них всё же не выдержал издевательских намеков и издал целую книжку под названием «Что такое число?» [13, 29]. В ней он столько всего понаписал, что студенты чётко усвоили – такой вопрос лучше не задавать.

Тем временем учёные продолжали двигать науку вперед, не заморачиваясь на таких мелочах как сущность понятия числа. Так они насоздавали целую кучу всяких новых алгебр, пользуясь тем, что никаких препятствий на этом пути не было. Но они не были продолжением вот той, настоящей, основателем которой был первый королевский математик Франсуа Виéт (François Viète), служивший советником при дворе французского короля Генриха III. Но если эти новые алгебры особые, то их терминология и основы тоже особые.

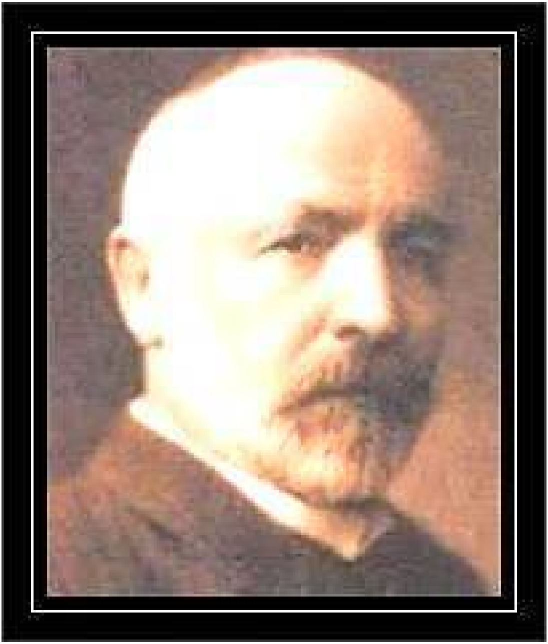
Рис. 26. Франсуа Виéт



Так потихоньку в науке стал формироваться некий особенный птичий язык, понятный только авторам этих самых что ни есть новаторских разработок. Дошло даже и до того, что стали появляться математические сообщества, творящие науку только для самих себя любимых и вдобавок к этому из ничего стали появляться новейшие числа: «гиперкомплексные», «кватернионы», «октонионы», и т.п. Правда, впечатление от новинок портил нет-нет, да и высовывающийся неизвестно откуда тот самый кобылий хвост[19]. Получать этим хвостом по фэйсу не очень-то приятно, но это уже издержки профессии. В стремлении уйти от таких издержек, был найден просто блестящий выход из затруднений с определением сущности понятия числа. Учёные наконец-то осознали, что его нужно выводить из других более простых понятий, например, таких, как понятие «множество». Всё оказалось так просто! Множество – это то, чего много. Ну разве не понятно? Однако опять получилось так, что без пустых множеств никак не обойтись, а в этом случае много может означать ничего и снова возникает вопрос, так что же это такое множество, число или нет?

Рис. 27. Георг Кантор

[19] Советский математик Лев Понтрягин показал, что эти «числа» не обладают базовым свойством коммутативности, т.е. для них $ab \neq ba$ [34]. Следовательно, одно и то же такое «число» нужно представлять только в виде, разложенном на множители, иначе в нём будут одновременно разные величины. Когда в оправдание подобных творений говорят, что математикам не хватает каких-то чисел, то на деле это может означать, что им явно не хватает разума.



Георг Кантор (Georg Cantor) разработал свою теорию множеств, которую другие математики, такие как, например, Анри Пуанкаре́ (Henri Poincaré), обзывали всякими нехорошими словами и никак не хотели признавать. Но вдруг неожиданно для всех респектабельное «Лондонское королевское общество», (английская академия наук), в 1904 году взяло, да и наградило Кантора своей медалью. Так вот оказывается, где решаются судьбы науки![20] И всё было бы хорошо, да вдруг опять стряслась ещё одна беда. Откуда ни возьмись, в этой самой теории множеств стали появляться непреодолимые противоречия, о которых также очень подробно рассказывается в книге Сингха. В научном сообществе сразу все переполошились и стали думать, как эту проблему решать. А она упёрлась как в стенку и никак не хотела решаться. Все как-то приуныли, но потом всё-таки опять воспряли.

Ведь теперь-то за дело взялся сам Давид Гилберт (David Hilbert), великий математик, который первым решил труднейшую проблему Варинга, имеющую прямое отношение к ВТФ[21]. Любопытно, также и то, что Гилберт повторил опыт

---

[20] Если какой-то очень уважаемый общественный институт поощряет таким образом развитие науки, то что на это можно возразить-то? Однако вот такая возникающая невесть откуда щедрость и бескорыстность со стороны непонятно откуда взявшихся благодетелей выглядит как-то странно, если не сказать заведомо предвзято. Ведь с давних пор хорошо известно, откуда берутся и куда приводят подобные «благие намерения», да и результат этих деяний тоже очевиден. Чем больше возникает учреждений для поощрения учёных, тем в большей степени реальная наука оказывается в руинах. Чего стоит одна только нобелевская премия за «открытие», подумать только … ускоренного разбегания галактик!!!

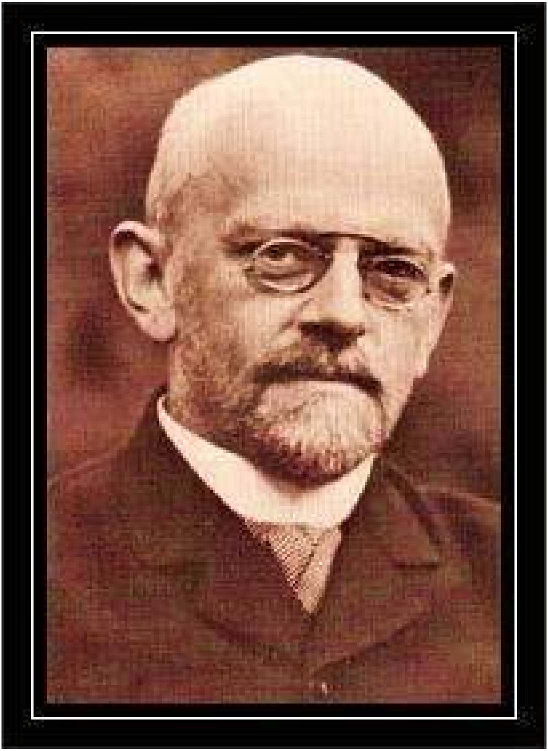
[21] Проблема Варинга – это утверждение о том, что любое натуральное число N представимо в виде суммы одинаковых степеней x_i^n, т.е. в виде $N=x_1^n+ x_2^n+ \ldots + x_k^n$. Впервые её очень сложным способом доказал Гилберт в 1909 году, а в 1920 г. математики Харди и Литлвуд упростили доказательство, но их методы ещё не относилось к элементарным. И только в 1942 г. советский математик Ю. В. Линник опубликовал арифметическое доказательство, применив метод Шнилермана. Теорема Варинга – Гилберта имеет фундаментальное значение с точки зрения сложения степеней и не противоречит ВТФ, т.к. в ней нет ограничений

Эйлера, навеянный, по всей видимости, проблемой ВТФ. Похоже на то, что у Эйлера в какой-то момент стали возникать сомнения в том, что ВТФ вообще доказуема и в качестве аналогичного примера он взял, да и предположил, что уравнение $a^4+b^4+c^4=d^4$ также, как и уравнение Ферма $a^n+b^n=c^n$ при $n>2$, в целых числах неразрешимо, но в конечном итоге всё-таки выяснилось, что он ошибся[22].

Рис. 28. Давид Гилберт

количества слагаемых.

[22] Контрпример, опровергающий гипотезу Эйлера, представляется как $95800^4 + 217519^4 + 414560^4 = 422481^4$; Другой пример $2682440^4 + 15365639^4 + 18796760^4 = 20615673^4$. Для пятой степени всё значительно проще $27^5+ 84^5+ 110^5+ 133^5= 144^5$. Возможно также, что может быть разработан и общий метод подобных вычислений, если удастся получить соответствующее конструктивное доказательство проблемы Варинга.



По примеру Эйлера в канун XX столетия Гилберт предложил научному сообществу 23 проблемы, которые, по его мнению, в обозримом будущем вряд ли будут решены. Однако коллеги Гилберта справились с ними довольно быстро, а гипотеза Эйлера продержалась почти до XXI века и была опровергнута только с помощью компьютеров, о чём также рассказано в книге Сингха. Вот так подозрение, что ВТФ была всего лишь предположением её автора, лишилось всяких оснований.

С преодолением противоречий в теории множеств Гилберт не справился, да и не мог это сделать, поскольку проблема эта вовсе не математическая, а информационная, и решать её рано или поздно должны были компьютерщики, а когда это произошло, то они на удивление очень легко, (и абсолютно верно), нашли решение, просто ввели запрет на замкнутые цепочки ссылок[23]. Ясно, что Гилберт тогда не мог об этом знать и решил, что наиболее надёжный заслон противоречиям можно обеспечить с помощью аксиом. Но ведь аксиомы-то не могут создаваться на пустом месте и должны из чего-то исходить, а это что-то есть число, но вот что это такое, ни тогда, ни сейчас никто толком объяснить не может.

Блестящий пример того, что можно натворить с аксиомами, изложен в той же самой книге Сингха. Очевидный казус с отсутствием четкой формулировки понятия числа может невзначай испортить любую радужную картину и с этим нужно что-то делать. Особенно неприятно это вылезает при обосновании тех же «комплексных чисел». Возможно, этим и было вызвано появление в книге Сингха приложения 8 под названием «Аксиомы арифметики», в котором 5 известных

---

[23] Конечно же, это вовсе не означает, что компьютерщики лучше разбираются в этой проблеме, чем Гилберт. У них просто не было иного выхода. Ведь замкнутые ссылки зацикливаются, а это приведёт к зависанию компьютера.

ранее аксиом, относящиеся к счёту, не упоминаются вообще, (иначе задумка не пройдет), а те, которые определяют базовые свойства чисел, дополняются и появляется новая аксиома о том, что должны существовать числа n и k, такие, что n + k = 0 и вот теперь-то уже всё в ажуре!

Конечно, сам Сингх никогда не додумался бы до такого. Здесь отчетливо просматривается помощь консультантов, которые почему-то забыли сменить название приложения, ведь это теперь уже не аксиомы арифметики, поскольку от неё теперь остались только рожки да ножки[24]. Школьная арифметика, которая долгое время, итак, еле держалась на таблице умножения да на пропорциях, теперь уж совсем оскудела. Вместо неё теперь вовсю осваивают калькулятор и компьютер. Если такой вот «прогресс» продолжится и дальше, то переход к жизни на деревьях для нашей цивилизации произойдёт очень быстро и естественно.

На этом фоне действительно выдающееся научное открытие было сделано в Википедии, которая по искусству и масштабам дезинформации просто не имеет себе равных. Долгое время многие думали, что существует всего четыре действия арифметики – это сложение и вычитание, умножение и деление. Ан нет! Есть еще возведение в степень и… извлечение корня (???). Авторы статей, которые выдали нам это

[24] Аксиома о том, что сумма двух целых положительных чисел может быть равна нулю, явно не относится к арифметике, т.к. с натуральными или производными от них числами это явно невозможно. Но если есть только алгебра, а арифметики нет, то и не такое станет возможным.

«знание» через Википедию, явно оплошали, т.к. извлечение корня – это тоже самое возведение в степень, только не в целую, а в дробную. Нет, конечно, они знали об этом, но вот о чём они и не догадывались, так это о том, что это действие арифметики было ими списано у самого Эйлера из той самой книжки о его чудо алгебре[25].

Правильное название шестого действия арифметики – это логарифм, т.е. вычисление показателя степени (x) по заданному числу (y) и основанию степени (z), т.е. из $y=z^x$ следует $x=\log_z y$. Как и в случае с названием книги Сингха эта ошибка вовсе не случайна, поскольку в рамках арифметики целых чисел логарифмами толком никто не занимался. Если это и случится когда-нибудь, то не раньше, чем лет через пятьсот! А вот что касается действий со степенями, то ситуация здесь ненамного лучше, чем с логарифмами. Если умножение и деление степеней, также, как и возведение степени в степень не представляют каких-то трудностей, то сложение степеней – это пока ещё тёмный лес даже для профессоров.

Прояснение в этом вопросе начинается с ВТФ, которая утверждает, что сумма двух целых чисел в одинаковой це-

---

[25] Любопытно, что даже Эйлер, (видимо по оплошности), назвал извлечение корня операцией обратной по отношению к возведению в степень [8], хотя и отлично знал, что это не так. Но ведь это и не секрет, что даже особо одарённые люди часто путаются в очень простых вещах. Эйлер явно не испытывал тяги к формальным построениям основ науки, поскольку у него всегда было в избытке всяких других идей. Он-то думал, что с формальностями разберутся и другие, а получилось так, что именно отсюда и выросла самая большая проблема.

лой степени, больше второй, не может быть целым числом в той же степени. В этом смысле эта теорема вовсе никакая не головоломка, а одно из базовых положений, однозначно (!) регламентирующих сложение целых степеней, поэтому она имеет для науки фундаментальное значение[26]. Тот факт, что ВТФ до сих пор не доказана, свидетельствует лишь о состоянии сегодняшней науки, которая разваливается прямо на глазах. Она не может себе даже и представить, что если бы доказательство от самого Ферма дошло до нас, то оно давно уже преподавалось бы в средней школе.

Рис. 29. Эндрю Биэл

[26] Это очевидно хотя бы по факту того, в какой мощный толчок для развития науки воплотились бесчисленные попытки доказать ВТФ. Кроме того, доказательство ВТФ, полученное Ферма, открывает путь к решению уравнения Пифагора новым способом (см. п. 4.3) и волшебным числам типа $a+b-c=a^2+b^2-c^2$ (см. п. 4.4).

Многие, конечно, воспримут это как сказки, однако разве что совсем уж слепые могут не замечать, что за всей этой нелепой и несуразной историей с ВТФ так явно и неприкрыто торчат уши нечестивого, что достаточно ему было лишить человеческую цивилизацию доступа к работам Ферма по арифметике, как она сразу оказалось полностью дезориентированной. Вместо того, чтобы развивать науку, её стали усиленно разрушать, причём с самыми что ни есть благими намерениями. Но особое рвение у людей появляется тогда, когда возникает какой-нибудь материальный стимул.

Техасский предприниматель Эндрю Биэл (Andrew Beal)[27] предложил свою гипотезу, доказательство которой якобы может вывести на очень простое доказательство ВТФ. Поскольку за решение этой задачи предлагалось сначала 5 тыс. $, затем 100 тыс. $, а с 2013 года – целый миллион. Естественно, нашлось множество желающих, которые усердно принялись эту задачу решать. Однако в условиях, когда арифметика уже давно перестала быть первоосновой всех знаний и до сих пор не знает, что такое число, всё оказалось перевёрнутым с ног на голову, т.е. один энтузиаст-любитель смог поставить на уши целиком всю официальную науку, да так, что она по сути уже признала опыт барона Мюнхгаузена с поднятием самого себя за шкирку и при этом даже не пыталась хоть как-то скрыть свою собственную несостоятельность (см. п. 4.5).

Вот так в напряжённых и неустанных поисках доказательства ВТФ почему-то никому и в голову не пришло просто взять, да и поискать рукописи Ферма с выкладками и расчётами, без которых он никак не мог обойтись[28]. Впрочем,

---

[27] В русскоязычном разделе «Википедии» эта тема названа «Гипотеза Била». Но поскольку имя автора в оригинале Andrew Beal, то мы будем использовать название «Гипотеза Биэла», чтобы избежать путаницы между именами Beal (Биэл) и Bill (Бил).

[28] В письме Ферма к Мерсенну от 15.06.1641г. сообщается следующее: «*Я пытаюсь как можно более полно удовлетворить любопытство г. де Френикля… Однако он просил меня прислать решение одного вопроса, что я откладываю до тех пор, пока не вернусь в Тулузу, так как я теперь нахожусь в деревне, где мне понадобилось бы много времени, чтобы сделать заново то, что я написал*

опять-таки из книги Сингха мы узнаём, что такая мысль появилась у Эйлера, который попросил своего друга Клеро, живущего в Лозанне, (город, находящийся совсем не далеко от Тулузы), поискать в доме Ферма хотя бы клочок бумаги, с указаниями на доказательство ВТФ. Но ничего не нашли, а ведь искали-то совсем не то! Нужно-то было искать тайник!!!

Вот тебе раз, час от часу не легче! Что ещё за тайник? … Ах да! Ведь только те работы Ферма сохранились, которые им самим были уже подготовлены для издания, т.к. иначе вряд ли они могли быть опубликованы. Но вот все рабочие рукописи почему-то пропали. Это выглядит очень странно и не исключено, что они могут до сих пор находиться в тайнике, который Ферма оборудовал для хранения вещдоков, необходимых ему для работы в качестве сенатора и судьи высокого ранга. Было вполне разумно хранить там расчёты и доказательства, поскольку научные достижения Ферма могли бы существенно повредить его основной работе, если были бы обнародованы до учреждения Французской Академии наук[29].

по этому поводу и что оставил в своем кабинете» [9, 36]. Это письмо – прямое свидетельство того, что Ферма в своей научной деятельности никак не мог обходиться без своих рабочих записей, которые, судя по дошедшим до нас документам, были весьма объемистыми и их вряд ли можно было постоянно иметь при себе в различных поездках.

[29] Если бы Ферма дожил до того времени, когда Академия наук была создана и стал бы академиком, то и в этом случае он вначале публиковал бы только постановки задач и, только спустя достаточно длительное время, основную суть их ре-

Если бы мы могли хоть как-то заглянуть в этот тайник, что же мы там увидим? Для начала попробуем найти там какие-нибудь несложные задачи. Вот, например, та, которую Ферма мог бы предложить сегодня для учащихся средней школы:

Разделить число x^n-1 *на* $x-1$*, или число* $x^{2n}-1$ *на* $x\pm1$*, или число* $x^{2n+1}+1$ *на* $x+1$.

Очевидно, что учащиеся, со знанием решения такой задачи, будут просто на голову превосходить сегодняшних школьников, которых обучают способам определения делимости только на некоторые маленькие числа. Но вот если они ещё будут знать парочку теорем Ферма, то запросто смогут решить и более трудную задачу:

Найти две пары квадратов, каждая из которых в сумме есть одно и то же число в седьмой степени, например,

$$221^7=151114054^2+53969305^2=82736654^2+137487415^2$$

По сравнению с предыдущей задачей, где вычисления вообще не нужны, в решении этой задачи даже с компьютерным калькулятором придётся с полчаса повозиться, чтобы достичь результата, при этом, кроме понимания сути решения задачи, нужно проявить ещё изрядную долю терпения, упорства и внимания. А кто понимает суть решения, тот сможет найти и другие решения этой задачи[30].

шения. Иначе могло бы создастся впечатление, что эти задачи слишком просты.

[30] Для этой задачи нужно использовать тождество: $(a^2+b^2)\times(c^2+d^2)=(ac$

Конечно, подобные задачи могут вызвать настоящий шок у сегодняшних учащихся и особенно у их родителей, которые будут даже требовать не «сушить мозги» детям. Но если детские мозги не заполнять элементарными знаниями и не тренировать их с помощью решения соответствующих задач, то они отсохнут и сами собой. Об этом свидетельствует статистика неуклонного снижения показателя IQ сегодняшних учащихся по сравнению с их предшественниками. Ведь на самом деле приведённые выше задачки – это лишь разминка для юного поколения, а вот настоящий фурор дети мог-

---

$+bd)^2+(ad-bc)^2 = (ac-bd)^2 + (ad+bc)^2$. Далее берём два числа $4 + 9 = 13$ and $1 + 16 = 17$. Их произведение будет $13\times17 = 221 = (4 + 9) \times (1+16) = (2\times1 + 3\times4)^2 + (2\times4 - 3\times1)^2 = (2\times1 - 3\times4)^2 + (2\times4 + 3\times1)^2 = 14^2 + 5^2 = 10^2 + 11^2$; Теперь если $221^6 = (221^3)^2 = 10793861^2$; то требуемый результат будет $221^7 = (14^2 + 5^2)\times10793861^2 = (14\times10793861)^2 + (5\times10793861)^2 = 151114054^2 + 53969305^2 = (10^2 + 11^2)\times10793861^2=(10\times10793861)^2 + (11\times10793861)^2=107938610^2 + 118732471^2$; Но можно пойти и другим путём, если представить исходные числа, например, следующим образом: $221^2 = (14^2 + 5^2)\times(10^2 + 11^2) = (14\times10 + 5\times11)^2 + (14\times11 - 5\times10)^2 = (14\times10 - 5\times11)^2 + (14\times11+5\times10)^2 = 195^2 + 104^2 = 85^2 + 204^2$; $221^3 = 221^2\times221 = (195^2 + 104^2)\times(10^2 + 11^2) = (195\times10 + 104\times11)^2 + (195\times11 - 104\times10)^2 = (195\times10 - 104\times11)^2 +(195\times11 + 104 \times 10)^2 = 3\,094^2 + 1105^2 = 806^2 + 3185^2$; $221^4 = (195^2 + 104^2)\times(85^2 + 204^2) = (195\times85 + 104\times204)^2 + (195\times204 - 85\times104)^2 = (195\times85 - 104\times204)^2 + (195\times204 + 85\times104)^2 = 37791^2 + 30940^2 = 4641^2 + 48620^2$; $221^7 = 221^3\times221^4 = (3094^2 + 1105^2)\times(37791^2 + 30940^2) = (3094\times37791 + 1105\times30940)^2 + (3094\times30940 - 1105\times37791)^2 = (3094\times37791 - 1105\times30940)^2 + (3094\times30940 + 1105\times37791)^2$; $221^7 = 151114054^2 + 53969305^2 = 82736654^2 + 137487415^2$

ли бы произвести на математиков, предложив им простенькие теоремы Ферма о волшебных числах, (см. п. 4.4.). И это ещё большой вопрос, по силам ли эти теоремы сегодняшним профессорам, или им опять потребуется лет триста и повторится история с ВТФ? Впрочем, шансы у них, в отличие от прежних времён, очень велики, т.к. волшебные числа – это прямое следствие того самого «поистине удивительного» доказательства ВТФ, о существовании которого мы имеем прямое письменное свидетельство от самого Ферма.

Реконструкция этого доказательства в кратком виде была опубликована ещё в 2008 г. [30], однако нечестивый был начеку и обстряпал всё так, что современная наука, дезориентированная ложными представлениями о том, что проблема давно решена, не обратила на это событие никакого внимания. Однако всё тайное рано или поздно станет явным и решающее слово, несмотря ни на что, всё равно останется за наукой. Вопрос теперь только в том, когда она, наконец, опомнится и придёт в себя. Чем дольше она будет находиться в благостном состоянии забытья, тем скорее наступят страшные события, уже сейчас начинающие сотрясать наш мир как никогда прежде.

Для того чтобы наука могла одержать вполне заслуженную ею победу над торжествующим сегодня мраком невежества и массовой дезинформации, ей и нужно-то совсем немного. Для начала просто поискать тот самый тайник, в котором могут обнаружиться такие сокровенные тайны науки, которые за три с половиной столетия ничуть не потеряли своей актуальности [31]. Даже если найденные в тайнике бумаги окажутся нечитабельными, то всё равно сам факт существования тайника станет свидетельством того, что наука идёт в нужном направлении и результаты не заставят себя долго ждать.

Кое-что в этом направлении мы уже сделали, когда восстановили запись ВТФ на полях «Арифметики» Диофанта (см. рис. 5 и перевод в конце п. 1). Теперь нужно во что бы то ни стало получить полную картину всей последовательности событий, приведших к открытию ВТФ в её конечной формулировке, опубликованной в 1670 г. Это будет совсем не просто, но раз уж мы ввязались в эту историю, то отступать теперь некуда и придётся поднапрячь все наши силы, чтобы достичь цели. Благо, что у нас есть для этого все дарованные нам свыше возможности получить вожделенный доступ к тайнику тулузского сенатора.

---

[31] Если были бы найдены рабочие записи Ферма, то оказалось бы, что его способы решения задач гораздо проще, чем те, которые известны сейчас, т.е. сегодняшняя наука еще не достигла того уровня, который имел место в его утраченных работах. Но как же могло случиться, что эти записи пропали? Вероятными могут быть две версии. Первая – это наличие у Ферма тайника, о котором никто, кроме него не знал. Если это было так, то шансов на то, что он сохранился почти нет. Дом в Тулузе, где жил Ферма со своей семьей не сохранился, иначе там был бы музей. Остаются места работы – это тулузский Капитолий, (перестроен в 1750 г.), и здание в городе Кастр, (не сохранилось), где Ферма руководил собранием судей. Только призрачные шансы есть на то, что хотя бы какие-то стены сохранились с тех времен. Другая версия заключается в том, что бумаги Ферма имелись у его семьи, но по каким-то причинам не сохранились, (см. Приложение IV, год 1660, 1663 и 1680).

3. Что такое число?

3.1. Определение понятия числа

Вопрос о сущности понятия числа во все времена был для учёных некоей вещью в себе. Подспудно они, конечно, понимали, что не могут чётко ответить на этот вопрос, но и признаться в этом они тоже не могут, поскольку это плохо отразилось бы на поддержании престижа науки. В чём тут проблема? Да в том, что число во всех случаях должно получаться из других чисел, иначе оно не сможет восприниматься как число. Чтобы понять, например, число 365, нужно сложить три сотни, шесть десятков и пять единиц. Отсюда, следует, что понятие числа не раскладывается на качественно отличные от него компоненты и таким вот обычным для науки способом, т.е. путем анализа проникнуть в тайну его сущности не удаётся.

Учёные, которые задавались вопросом о сущности числа сразу упирались в эту проблему и приходили к выводу, что общего определения понятия числа просто не существует. Но не таков был Пьер Ферма, который подошёл к этой проблеме с другой стороны. Он задался вопросом: «Откуда вообще появляется понятие числа?», и пришёл к выводу о том, что его предшественниками были понятия «больше», «меньше» и «равно» как результаты сравнений некоторых свойств, присущих разным предметам [30].

Если разные предметы сравниваются по некоторому свойству с одним и тем же предметом, то появляется такое понятие как измерение и тогда может быть через измерение и следует выявлять сущность числа? Однако это не так. По отношению к измерению число первично, т.е. если нет чисел, то не может быть и никаких измерений. Понимание сущности числа становится возможно только после установления того, что число неразрывно связано понятием «функция». А вот это понятие определить совсем не сложно:

Функция – это заданная последовательность действий с её аргументами.

В свою очередь, действия не могут существовать сами по себе, т.е. в состав функции, кроме них должны входить компоненты, с которыми эти действия выполняются. Эти компоненты называются «аргументы функции». Отсюда следует и общее определение понятия числа:

Число есть объективная реальность, существующая как счётная величина, которая состоит из аргументов функции и действий между ними.

Например, a + b + c = d, где a, b, c – аргументы, d – счётная величина или числовое значение[32].

Чтобы понять, какая пропасть отделяет Пьера Ферма от остального учёного мира, достаточно сравнить это простое определение с тем пониманием, которое есть в сегодняшней науке [13, 29]. А вот понимание, явно присутствующее в научном творчестве Ферма, позволило ему ещё в те далёкие времена достигать результатов, которые для других учёных оказывались либо сопряжены с чрезвычайными трудностями, либо вообще недостижимы.

Можно дать и более широкое определение понятия числа, а именно:

Число есть разновидность данных, представляемых в виде функций.

Это расширенное определение понятия числа выходит за рамки математики, поэтому его можно назвать общим, а предыдущее определение – математическим. Во втором определении нужно ещё разъяснить сущность понятия «дан-

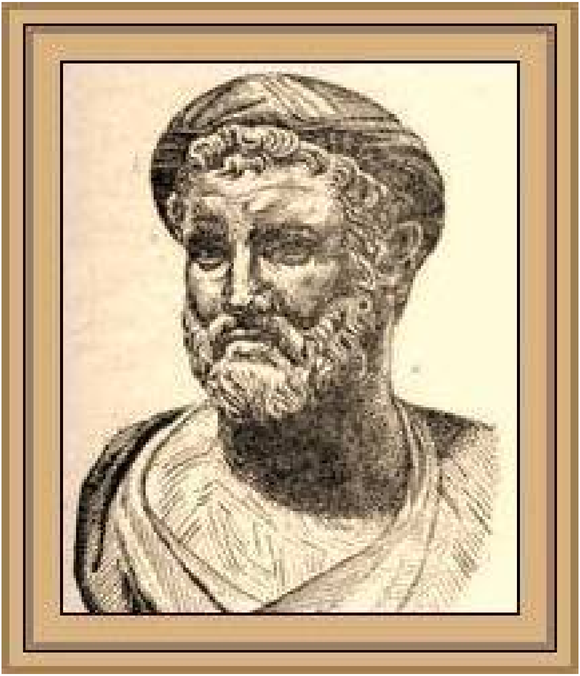
---

[32] Для математиков и программистов понятие аргумента функции вполне обычно и уже давно общепринято. В частности, как f(x,y,z) обозначают функцию с переменными аргументами x,y,z. Определение сущности числа через понятие аргументов функции делает его очень простым, понятным и действенным, поскольку всё, что известно о числе, исходит отсюда, а то, что этому определению не соответствует должно подвергаться сомнению. Это не просто необходимая осторожность, но и эффективный способ проверки на прочность всякого рода конструкций, незаметно подменяющих сущность числа на сомнительные нововведения, делающие науку бестолковой и непригодной для обучения.

ные», однако для науки этот вопрос не менее трудный, чем вопрос о сущности понятия числа[33].

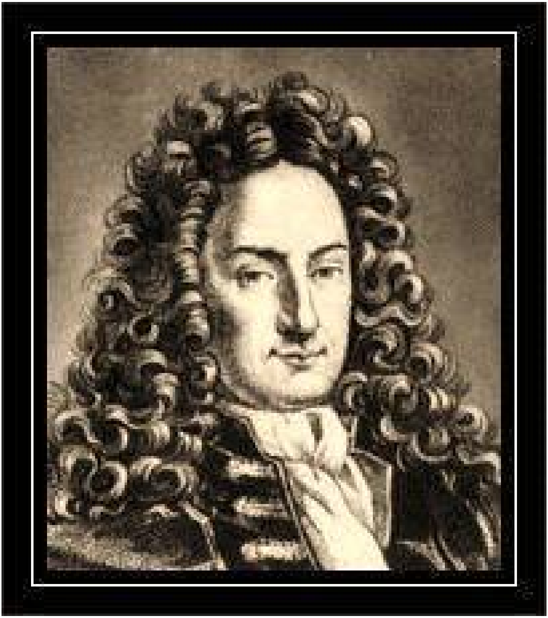
Рису. 30. Пифагор

[33] Точного определения понятия «данные» не существует, если не относить к нему описание из толкового словаря. Отсюда следует и неопределённость производных от него понятий, таких как «форматы данных», «обработка данных», «операции с данными» и т.п. Такая неопределённая терминология порождает шаблонное мышление, указывающее на то, что разум не развивается, а тупеет и, достигая в этой мешанине из пустых слов некоторой критической точки, просто перестает соображать. В данной работе это определение понятия «данные» дано в п. 5.3.2, но для этого требуется дать самое общее определение понятия «информация», которое по своей трудности будет ещё и покруче определения понятия числа, поскольку и само число есть информация. Подвижки в этом вопросе настолько значимы, что за ними следует реальный технологический прорыв с таким потенциалом эффективности, который будет несопоставимо выше того, что был обусловлен появлением компьютеров.



Из общего определения понятия числа следует истинность знаменитого утверждения Пифагора о том, что *всё сущее может отображаться как число*. Действительно, если число – это особая разновидность информации, то вот это очень смелое по тем временам утверждение не только обосновано, но и подтверждено современной практикой его применения на компьютерах, где реализуются три известных способа представления данных: числовой, (или оцифрованный), символьный, (или текстовый), и аналоговый (изображения, звук и видео). Все три способа существуют одновременно.

Рис. 31. Готфрид Лейбниц



Поразительно смелое даже по нынешним временам утверждение о том, что мышление есть неосознанный процесс вычислений, высказал ещё в XVII веке Готфрид Лейбниц (Gottfried Leibniz). Под мышлением здесь явно понимается процесс обработки данных, которые во всех случаях могут представляться как числа. Тогда понятно, как появляются вычисления, но понимание сути этого процесса у современной науки пока отсутствует [34].

У всех данных здесь определений понятия числа есть одна общая основа:

Числа существуют объективно в том смысле, что они присутствуют в законах окружающего мира, познавать которые можно только через числа.

Со школьной скамьи все узнают о числах из детской считалки: раз, два три, четыре, пять и т.д. Откуда взялась эта считалка, один Господь ведает. Впрочем, были и попытки объяснить её происхождение с помощью аксиом. Однако происхождение их такое же непонятное, как и считалки. Скорее это похоже на некое подражание «Началам» Евклида, чтобы придать знаниям образ науки и внешнюю видимость солидности и фундаментальности.

Ситуация совсем иная, когда есть математическое опре-

---

[34] Вычисления – это не только действия с числами, но и применение методов достижения конечного результата. С действиями справляется даже машина, если разум оснащает её соответствующими методами. Но если разум сам становится подобием машины, т.е. не осознаёт методов вычислений, то он способен создавать только чудовища, которые его же и уничтожат. Именно к этому всё сейчас и идёт из-за полного отсутствия решения проблемы обеспечения безопасности данных. А вся эта проблема в том, что информатика как наука просто не существует.

деление сущности числа. Тогда для более полного его понимания становятся необходимостью и аксиомы, и считалка. Действительно, данное определение сущности числа включает в себя аргументы, действия и счётную величину. Но аргументы – это тоже числа, и они должны представляться не конкретно каждое из них, а по умолчанию, т.е. в форме общепринятой и неизменной функции, которая называется системой счисления, а она-то никак уже не может появиться без такого понятия как счёт. Вот теперь уже по отношению к счёту, аксиомы оказываются весьма кстати и без них он может появиться разве только от пришельцев. Да, собственно, в действительности это так и было, поскольку такие источники знаний как «Начала» Евклида или «Арифметика» Диофанта созданы явно не нашей, а совсем другой цивилизацией[35].

Если аксиомы регламентируют счёт, то они первичны по отношению к нему. Однако нет никакой надобности определять их сущность через введение новых понятий, т.к. смысл любых аксиом как раз в их изначальности т.е. они всегда по сути есть *границы знаний*. Таким образом, аксиомы получают ещё более основополагающий статус, чем до сих пор,

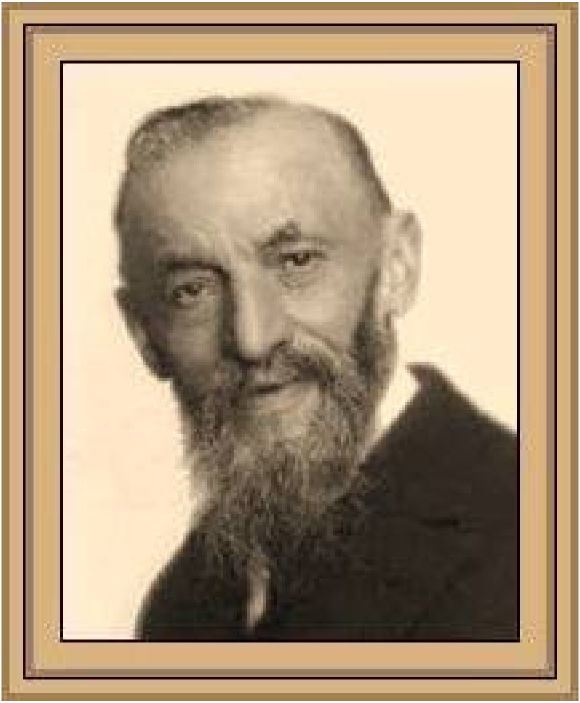
---

[35] Специалисты, комментирующие древние, по их мнению, «Начала» Евклида и «Арифметику» Диофанта, будто завороженные видят, но никак не могут признать очевидное. Ни Евклид, ни Диофант не могут быть создателями содержания этих книг, это не под силу даже современной науке. Более того, эти книги появились только в эпоху позднего средневековья, когда уже развилась необходимая для этого письменность. Авторы этих книг были всего лишь переводчиками действительно древних источников, принадлежавших другой цивилизации. В наше время людей с такими способностями называют экстрасенсами.

когда они ограничивались лишь обоснованием какой-либо конкретной системы.

В частности, система аксиом, разработанная итальянским математиком Джузеппе Пеано (Giuseppe Peano), очень близко соответствуют решению задачи построения системы счёта, хотя вот это основное их предназначение никак не разъяснялось, видимо, с намёком на обоснование сущности понятия числа. Научное сообщество воспринимало их только как некую «формализацию арифметики», совершенно не замечая, что эти аксиомы ни коим образом не отражают сущность чисел, а только создают основы для их представления по умолчанию, т.е. через счёт.

Рис. 32. Джузеппе Пеано



Если основное содержание аксиом – это определение границ знаний, относящихся к общепринятым способам представления чисел, то их следует выстраивать как из определения сущности понятия числа, так и с целью обеспечения прочности и устойчивости всего здания науки. До сих пор из-за отсутствия такого понимания способов построения основ знаний вопрос о сущности числа никогда даже и не ставился, а только усложнялся и запутывался. Но теперь, когда он проясняется, причём без каких-либо особенных затруднений, вся наука может получить новый и очень мощный импульс для своего развития. И вот тогда именно на такой прочной основе она приобретает способности с невероятной лёгкостью преодолевать такие сложнейшие преграды, которые в прежние времена, когда понимания сущности числа не было, представлялись науке как совершенно неприступные крепости [36].

---

[36] Если мы с самого начала не определились с понятием числа и имеем представление о нём только через прототипы, (количество пальцев рук, или дней недели и др.), то рано или поздно мы обнаружим, что вообще ничего о числах не знаем и при вычислениях следуем необъятному множеству способов и правил, полученных эмпирическим путем. Но если же изначально мы имеем точное определение понятия числа, то при любых вычислениях сможем следовать только одному этому определению и вытекающему из него относительно небольшому перечню правил. Если мы сами создаём требуемые числа, то сможем это делать через аргументы функции, представляемые в общепринятой системе счисления. А вот когда нужно вычислить неизвестные числа, соответствующие заданной функции и условиям задачи, то зачастую потребуются особые методы, которые без понимания сущности чисел будут очень трудными.

3.2. Аксиомы арифметики

3.2.1. Аксиомы счёта

Этот путь впервые был проложен в конце XIX столетия аксиомами Пеано[37]. Мы внесём в них изменения, исходя из нашего понимания сущности числа.

Аксиома 1. Натуральным является число, сложенное из единиц [38].

Аксиома 2. Единица является исходным натуральным числом.

Аксиома 3. Все натуральные числа образуют бесконечный ряд, в котором каждое следующее число образуется путём прибавления к предыдущему числу единицы.

Аксиома 4. Единица не следует ни за каким натуральным числом.

---

[37] Содержание аксиом Пеано следующее:(A1) 1 есть натуральное число.(A2) Для любого натурального числа n есть натуральное число, обозначаемое n' и называемое числом, следующим за n.(A3) Если m' = n' для каких-либо натуральных чисел m,n, то m = n.(A4) Число 1 не следует ни за каким натуральным числом, т.е. n' никогда не равно 1.(A5) Если число 1 обладает некоторым свойством P, и для любого числа n, обладающего свойством P, следующее за ним число n' также обладает свойством P, то всякое натуральное число обладает свойством P.

[38] В «Началах» Евклида есть нечто похожее на эту аксиому:«1. Единица есть <то>, через что каждое из существующих считается единым. 2. Число же – множество, составленное из единиц», (Книга VII, Определения.).

Аксиома 5. Если какое-либо предложение доказано для единицы, (начало индукции), и если из допущения, что оно верно для натурального числа N, вытекает, что оно верно также для следующего за N натурального числа, (индукционное предположение), то это предложение будет верно для всех натуральных чисел.

Аксиома 6. Кроме натуральных могут существовать и другие производные от них числа, но только в том случае, если они обладают всеми без исключения базовыми свойствами натуральных чисел.

Первая аксиома является прямым следствием определения сущности числа, поэтому у Пеано её просто не могло быть. Теперь эта первая аксиома передаёт смысл определения понятия числа всем остальным аксиомам.

Вторая, четвертая и пятая аксиомы сохраняются, как и у Пеано почти без изменений, но из этой новой системы полностью изъята четвертая аксиома Пеано как избыточная. Вторая аксиома имеет тот же смысл, что и первая в списке Пеано, но уточняется, чтобы стать следствием новой первой аксиомы.

Третья аксиома – это новая редакция второй аксиомы Пеано. Понятие натурального ряда дано здесь проще, чем у Пеано, где нужно догадываться о нём через понятие «следующего» числа.

Четвертая аксиома точно такая же, как и третья аксиома Пеано.

Пятая аксиома такая же, как у Пеано, которая считается главным итогом всей системы. По сути, эта аксиома является формулировкой очень ценного для науки метода индукции, который в данном случае позволяет обосновать и построить систему счёта. Однако счёт присутствует в том или ином виде не только в натуральных, но и в любых других числах, следовательно, необходима ещё одна заключительная аксиома.

Шестая аксиома распространяет базовые свойства натуральных чисел на любые производные от них числа, поскольку если окажется, что какие-либо величины, полученные вычислениями из натуральных чисел, противоречат их базовым свойствам, то эти величины не могут относиться к категории чисел.

Вот теперь арифметика получает все предпосылки для того, чтобы иметь статус самой фундаментальной из всех научных дисциплин. С точки зрения сущности счёта всё становится намного проще и понятнее, чем до сих пор. На основе этой обновлённой системы аксиом нет нужды «создавать» одно за другим натуральные числа, а затем «доказывать» для начальных чисел действия сложения и умножения. Теперь достаточно только дать имена этим начальным числам в рамках общепринятой системы счисления.

Если эта система десятичная, то символы от 0 до 9 должны получить статус начальных чисел, сложенных из единиц, в частности: число «один» обозначается как 1=1, число «два» – как 2=1+1, число «три» – как 3=1+1+1 и т.д. до числа «девять». Числа после 9 и до 99 складываются из десятков и единиц, например, 23=(10+10)+(1+1+1) и получают соответствующие имена: «десять», «одиннадцать», «двенадцать» … «девяносто девять». Числа после 99 складываются из сотен, десятков и единиц и т.д. Таким образом, имена только начальных чисел должны быть заранее сосчитаны из единиц. Все остальные числа именуются так, чтобы их величину можно было сосчитать, используя только начальные числа[39].

3.2.2. Аксиомы действий

Все арифметические действия входят составной частью в определение сущности числа. В компактном виде они представляются следующим образом:

1. Сложение: $n = (1+1\ldots)+(1+1+1\ldots) = (1+1+1+1+1\ldots)$
2. Умножение: $a+a+a+\ldots+a=a\times b=c$
3. Возведение в степень: $a\times a\times a\times\ldots\times a=a^b=c$
4. Вычитание: $a+b=c \rightarrow b=c-a$
5. Деление: $a\times b=c \rightarrow b=c : a$
6. Логарифм: $a^b = c \rightarrow b=\log_a c$

[39] Итак, считалка – это именованные начальные числа в готовом, (сосчитанном), виде, чтобы на их основе стало возможно, используя аналогичный метод, именовать также любые другие числа. Всё это, конечно, совсем не сложно, но почему же этому не учат в школе, а просто заставляют всё заучивать без объяснений? Ответ очень простой – потому что наука просто не знает, что есть число, а признаться в этом никак не может.

Отсюда можно сформулировать все нужные определения в виде аксиом.

Аксиома 1. Действие сложения нескольких чисел (слагаемых) – это их соединение в одно число (сумму).

Аксиома 2. Все арифметические действия являются либо сложением, либо производными от сложения.

Аксиома 3. Существуют прямые и обратные арифметические действия.

Аксиома 4. Прямые действия – это разновидности сложения. Кроме самого сложения к ним относятся также умножение и возведение в степень.

Аксиома 5. Обратные действия – это вычисление аргументов функций. К ним относятся вычитание, деление и логарифм.

Аксиома 6. Не существуют иные действия с числами, кроме комбинаций из шести арифметических действий [40].

3.2.3. Базовые свойства чисел

Следствием аксиом действий являются следующие базо-

[40] Аксиомы действий, которые до сих пор отдельно не выделялись, также являются прямым следствием определения сущности понятия числа. Они, как способствуют обучению, так и устанавливают определенную ответственность за обоснованность любых научных изысканий в области чисел. В этом смысле последняя 6-я аксиома выглядит даже слишком категоричной. Но без такого рода ограничений в систему знаний можно протаскивать любую тарабарщину и затем называть это «прорывом в науке».

вые свойства чисел, обусловленные необходимостью практических вычислений:

1. Наполнение: $a+1>a$
2. Нейтральность единицы: $a\times1=a:1=a$
3. Коммутативность: $a+b=b+a$; $ab=ba$
4. Ассоциативность: $(a+b)+c=a+(b+c)$; $(ab)c=a(bc)$
5. Дистрибутивность: $(a+b)c=ac+bc$
6. Сопряженность: $a=c \rightarrow a\pm b=b\pm c$; $ab=bc$; $a:b=c:b$; $a^b=c^b$;

$\log_b a= \log_b c$

Эти свойства известны давным-давно как азы начальной школы и до сих пор они воспринимались как элементарные и очевидные. Отсутствие должного понимания происхождения этих свойств из сущности понятия числа стало причиной разрушения науки как целостной системы знаний, которую нужно теперь отстраивать, начиная с азов и сохраняя при этом всё то ценное, что осталось от настоящей науки. Приведённая выше аксиоматика исходит из определения сущности понятия числа и поэтому представляет собой единое целое. Однако этого недостаточно для того, чтобы оградить науку от другой напасти, т.е. чтобы в процессе развития она не утонула в океане собственных изысканий, или не запуталась в сложных переплетениях большого множества разных идей.

В этом смысле нужно очень чётко понимать, что аксиомы не являются утверждениями, принятыми без доказательств. В отличие от теорем, они есть только констатации и ограничения, синтезированные из опыта вычислений, без которых просто никак нельзя обойтись. Иной смысл в базовых теоремах, близких к аксиомам, но доказуемым. К одной из них относится основная или фундаментальная теорема арифметики. Это настолько важная теорема, что её доказательство должно быть максимально надёжным, иначе последствия могут быть непредсказуемыми.

Рис. 33. Пирамиды начальных чисел

1 x 9 + 2 = 11
12 x 9 + 3 = 111
123 x 9 + 4 = 1111
1234 x 9 + 5 = 11111
12345 x 9 + 6 = 111111
123456 x 9 + 7 = 1111111
1234567 x 9 + 8 = 11111111
12345678 x 9 + 9 = 111111111
123456789 x 9 +10= 1111111111

1 x 8 + 1 = 9
12 x 8 + 2 = 98
123 x 8 + 3 = 987
1234 x 8 + 4 = 9876
12345 x 8 + 5 = 98765
123456 x 8 + 6 = 987654
1234567 x 8 + 7 = 9876543
12345678 x 8 + 8 = 98765432
123456789 x 8 + 9 = 987654321

1 x 1 = 1
11 x 11 = 121
111 x 111 = 12321
1111 x 1111 = 1234321
11111 x 11111 = 123454321
111111 x 111111 = 12345654321
1111111 x 1111111 = 1234567654321
11111111 x 11111111 = 123456787654321

3.3. Основная теорема арифметики

3.3.1. Ошибки великих и письмо-завещание Ферма

Самая ранняя из известных версий теоремы дана в «Началах Евклида», книга IX, предложение 14:

Если число будет наименьшим измеряемым <данными> первыми числами, то оно не измерится никаким иным первым числом, кроме первоначально измерявших <его>.

Далее разъясняется: «Пусть число A будет наименьшим измеряемым первыми числами B, C, D; я утверждаю, что A не измерится никаким иным первым числом, кроме B, C, D». Доказательство этой теоремы только на первый взгляд выглядит убедительно, и эта видимость основательности усиливается цепочкой ссылок: IX-14 → VII-30 → VII-20 → VII-4 → VII-2. Однако здесь допущена элементарная и даже очень грубая ошибка. Её суть в следующем:

Пусть A=BCD, где числа B, C, D простые, (первые). Если допустить теперь существование простого E, отличного от B, C, D, и такого, что A=EI, то делается вывод, что в этом случае A=BCD не делится на E. Это последнее утверждение неверно, поскольку теорема ведь ещё не доказана и не исключено, например, BCD=EFGH, где E, F, G, H простые числа, отличные от B, C, D. Тогда A:E=BCD:E=EFGH:E=FGH, т.е. в этом случае станет возможно, что число A может делиться на число E и тогда доказательство теоремы опирается на аргумент, который ещё не доказан, поэтому конечный вывод неверный. Та же ошибка может попасть и в другие теоремы, использующие разложение целых чисел на простые множители. Видимо, из-за архаичной лексики «Начал Евклида», даже такой великий учёный как Эйлер не обратил должного внимания на эту теорему, иначе вряд ли бы он стал использовать на практике «комплексные числа», которые ей не подчиняются.

Такая же история произошла и с Гауссом, который, также не заметил этой теоремы в «Началах» Евклида, но всё же сформулировал её, когда в ней возникла необходимость. Формулировка и доказательство Гаусса следующие:

«*Каждое составное число может быть разложено на простые сомножители только одним единственным образом.*

Если мы предположим, что составное число A, *равное* $a^{\alpha}b^{\beta}c^{\gamma}\ldots$, *где* a,b,c,… *обозначают различные простые числа, разложимо на простые сомножители ещё и другим способом, то прежде всего ясно, что в этой второй системе сомножителей не может встречаться других простых чисел, кроме* a,b,c,…, *т.к. составленное из этих последних число* A *не может делиться ни на какое другое простое число*» [11, 25].

Это почти точное повторение ошибочной аргументации в доказательстве Евклида. Но если эта теорема не доказана, то всё построенное на натуральных числах основание науки рушится, а все следствия из определений и аксиом теряют свою значимость. И как же теперь быть? Ведь если с доказательством теоремы не справились такие гиганты науки как Евклид и Гаусс, то куда уж нам-то грешным. Но выход всё-таки есть, и он указан в одном удивительном документе, называемом «Письмо-завещание Ферма».

Это письмо было отправлено Ферма в августе 1659 г. его давнему другу и бывшему коллеге по парламенту Тулузы королевскому библиотекарю Пьеру де Каркави, от которого его получил известный французский учёный Христиан Гюйгенс (Christiaan Huygens), первым возглавивший созданную в 1666 г. Французскую Академию Наук. Здесь мы приведём только отдельные выдержки из этого existписьма Ферма, которые нас особенно интересуют [9, 36].

«*Сводка открытий в науке о числах. …*

1. Поскольку обычные методы, изложенные в Книгах, не достаточны для доказательства очень трудных предложений, я нашёл, наконец, для их решения совершенно особый путь. Я назвал этот способ доказательства бесконечным или неопределённым спуском. Сначала я пользовался им только для доказательства отрицательных предложений, как, например: …что не существует прямоугольного треугольника в числах, площадь которого была бы квадратом». Подробности см. Приложение II.

Наукой о числах названа арифметика и дальнейшее содержание письма не оставляет в этом никаких сомнений. Именно с арифметики начинаются не только математические, но и все другие науки. А в самой арифметике метод спуска один из основополагающих. Далее даются примеры задач, решение которых без этого метода не только очень затруднено, но иногда и вообще вряд ли возможно. Здесь мы назовём только некоторые из этих примеров.

«2. *Долгое время я не мог приложить мой метод к утвердительным предложениям, потому что обходы и окольные пути для достижения цели гораздо более трудны, чем те, которые послужили мне для отрицательных предложений. Поэтому, когда мне надо было доказать, что каждое простое число, которое превосходит на 1 кратное четырех, состоит из <суммы> двух квадратов, я был в сильнейшем затруднении. Но, наконец, многократно повторенные размышления пролили свет, которого мне не доставало, и утвердительное предложение стало возможным трактовать моим методом с помощью некоторых новых принципов, которые необходимо было к ним присоединить. Этот прогресс в моих рассуждениях для случая утвердительных предложений таков: если некоторое простое число, которое превосходит на единицу кратное 4-х, не состоит из двух квадратов, то имеется простое число той же природы, меньшее данного, а затем третье, ещё меньшее, и т.д. спускаясь до тех пор, пока не придёте к числу 5, которое явля-*

ется наименьшим из всех чисел этой природы. Оно, следовательно, не может состоять из двух квадратов, что, однако имеет место. Отсюда можно заключить путём доказательства от противного, что все простые числа этой природы должны состоять из двух квадратов».

Эту теорему Ферма своим способом впервые доказал Эйлер в 1760 г. [38], а в рамках очень сложной «Арифметики вычетов» Гаусса эта теорема доказывается в одном абзаце [23]. Однако повторить доказательство самого Ферма никому так и не удалось. «… 3. *Имеется бесконечно много вопросов такого рода, но существуют и другие, которые требуют новых принципов для применения к ним метода спуска… Таков следующий вопрос, который Баше, как он сознаётся в своём комментарии к Диофанту, не смог доказать. По этому поводу Декарт в своих письмах сделал такое же заявление, признаваясь, что считает его настолько трудным, что не видит никакого пути для его решения. Каждое число есть квадрат или состоит из двух, трех или четырех квадратов»*.

Ещё раньше 22 года назад в октябре 1636 года письмом к Мерсенну Ферма сообщал о той же задаче как о своём открытии, но в общем виде, т.е. для *любых* многоугольных чисел (напр., треугольников, квадратов, пятиугольников и т.д.). Впоследствии он даже назвал эту теорему золотой. Следовательно, метод спуска был открыт им в самом начале его исследований по арифметике. К моменту написания письма-завещания Ферма уже знал от Каркави, что вопрос о создании Французской Академии наук практически решён и ему нужно лишь дождаться окончания строительства здания, чтобы сбылась мечта всей его жизни стать профессиональным учёным, причём в ранге академика. Гюйгенсу было поручено собрать материалы первых академических изданий. Для них Ферма предлагал открытый им метод спуска и решение на его основе конкретных арифметических задач.

Однако о том, что эти задачи очень трудны, мало кто знал и Ферма было понятно, что опубликуй он их решения, то они вообще не произведут никакого впечатления. У него уже был такой опыт и теперь он приготовил настоящий сюрприз. Для тех, кто не оценит по достоинству его решения, он предложит решить ещё одну задачу. Это основная теорема арифметики, имеющая особую значимость для всей науки, поскольку без неё вся теория теряет силу. Ферма обнаружил в доказательстве Евклида ошибку и пришёл к выводу, что доказать эту теорему без применения метода спуска чрезвычайно трудно, если вообще возможно. Однако теперь-то мы можем раскрыть и эту тайну с помощью наших возможностей заглянуть в тайник Ферма с «еретическими письменами» и вернуть его утраченное доказательство науке в виде представленной ниже реконструкции.

3.3.2. Доказательство Ферма

Итак, чтобы доказать основную теорему арифметики, предположим, что существуют равные натуральные числа A, B, состоящие из разных простых множителей:

$A=B$ где $A=pp_1p_2 \ldots p_n$; $B=xx_1x_2 \ldots x_m$; $n\geq 1$; $m\geq 1$ (1)

В силу равенства чисел A, B каждое из них делится на любое из простых чисел p_i или x_i. Каждое из чисел A, B может состоять из любого набора простых множителей, в т. ч. и одинаковых, но при этом среди них нет ни одного p_i равного x_i, иначе в (1) они были бы сокращены. Теперь (1) можно представить, как: $pQ=xY$ где p, x – минимальные простые числа среди p_i, x_i; $Q=A/p$; $Y=B/x$ (2)

Поскольку множители p, x разные, условимся, что $p>x$; $x=p–\delta_1$, тогда $pQ=(p–\delta_1)(Q+\delta_2)$ где $\delta_1=p–x$; $\delta_2=Y–Q$ (3)

Откуда следует: $Q\delta_1=(p – \delta_1)\delta_2$ или $Q\delta_1=x\delta_2$ (4)

Уравнение (4) – это прямое следствие предположения (1). Правая часть этого уравнения содержит в явном виде простой множитель x. Однако в левой части уравнения (4) число δ_1 не может содержать множитель x, т.к. $\delta_1=p–x$ не делится на x из-за того, что p – простое число. Число Q также не содержит множитель x, т.к. по нашему предположению оно состоит из множителей p_i, среди которых нет ни одного равного x. Таким образом, справа в уравнения (4) есть множитель x, а слева его нет. Тем не менее нет оснований утверждать, что это невозможно, т.к. мы изначально допускаем существование равных чисел с разными простыми множителями. Тогда остаётся лишь признать, что если существуют натуральные числа A=B, составленные из разных простых множителей, то необходимо, чтобы в этом случае существовали и другие натуральные числа $A_1 = Q\delta_1$ и $B_1 = x\delta_2$; также равные между собой и составленные из разных простых множителей. Если учитывать, что $\delta_1=(p-x)<p$, а $\delta_2=(Y-Q)<Y$, то после сопоставления уравнения (4) с уравнением (2) можно констатировать: $A_1 = B_1$, где $A_1<A$; $B_1<B$ (5)

Теперь мы получаем ситуацию, аналогичную ситуации с числами A, B, только с меньшими числами A_1, B_1. Анализируя затем (5) изложенным выше способом, мы будем вынуждены признать, что должны существовать числа $A_2=B_2$, где $A_2<A_1$; $B_2<B_1$ (6)

Следуя этим путем, мы неизбежно придем к случаю, когда существование чисел

$A_k=B_k$, где $A_k<A_{k-1}$; $B_k<B_{k-1}$ как прямое следствие предположения (1) станет невозможно. Следовательно, наше начальное предположение (1) также невозможно и таким образом теорема доказана[41]. Глядя на это очень простое и да-

[41] В этом реконструированном доказательстве Ферма исключается ошибка, допущенная у Евклида. Однако, начиная с Гаусса, другие известные доказательств основной теоремы арифметики повторяют эту же самую ошибку. Исключением является доказательство, которое получил немецкий математик Эрнст Цермело,

же элементарное доказательство методом спуска, естественно, возникают недоуменные вопросы, как же это могло так случиться, что в течение многих веков наука не только это доказательство не получила, но и была в полном неведении, что у неё нет никакого доказательства вообще?

С другой стороны, даже заблуждаясь в этом вопросе, т.е. считая, что эта теорема была доказана ещё Евклидом, как наука могла её игнорировать, используя «комплексные числа» и обрекая себя тем самым на разрушение изнутри? И наконец, как же можно объяснить, что эта очень простая, по сути, теорема, на которой держится вся наука, вообще не преподаётся в средней школе?

Что же касается метода спуска, то данное доказательство является одним из самых простых примеров его применения, что встречается довольно редко из-за широкой универсальности этого метода. Гораздо чаще для применения метода спуска требуется большое напряжение мысли, чтобы подвести под него логическую цепь рассуждений. С этой точки зрения могут быть поучительны и некоторые другие особые примеры решения задач этим методом.

см. Приложение I.

3.4. Метод спуска

3.4.1. Немножко «остроты ума» для очень трудной задачи

Мы рассмотрим теперь ещё один пример задачи из письма-завещания Ферма, которая сформулирована там следующим образом:

Существует только один целый квадрат, который, увеличенный на два, даёт куб, этот квадрат равен 25.

Когда по предложению Ферма её попытался решить лучший английский математик того времени Джон Валлис (John Wallis), то он был очень сильно раздосадован и вынужден признать, что не может это сделать. Более двух веков считалось, что решение этой задачи получил Леонард Эйлер, но его доказательство основано на применении «комплексных чисел», а мы-то знаем, что это вовсе не числа, т.к. они не подчиняются основной теореме арифметики. И только в конце XX века Андре́ Вейль (André Weil) с помощью метода треугольников Ферма, всё-таки сумел получить доказательство [17]. Это был большой прогресс, т.к. здесь использован чисто арифметический метод, однако применительно к данной задаче он явно был притянут за уши. Мог ли Ферма решить эту задачу проще? Ответ на этот вопрос мы также извлечём из тайника, что позволит нам раскрыть и эту тайну науки в виде следующей реконструкции. Итак, мы имеем уравнение $p^3=q^2+2$ с очевидным решением $p=3$, $q=5$. Для доказательства утверждения Ферма, предположим, что существует ещё одно решение

$P>p=3$, $Q>q=5$, которое удовлетворяет уравнению

$P^3=Q^2+2$ (1)

Поскольку очевидно, что $Q>P$, то пусть

$Q=P+\delta$ (2)

Подставляя (2) в (1), получим:

$P^2(P-1)-2\delta P-\delta^2=2$ (3)

Здесь нам потребуется самая малость «остроты ума», чтобы заметить, что $\delta>P$, иначе уравнение (3) невыполнимо. Действительно, если сделать пробу $\delta=P$, то слева (3) будет:

$P^2(P-4)>2$, что не подходит, следовательно, должно существовать число $\delta_1=\delta-P$. Тогда, подставляя $\delta=P+\delta_1$ в (3), получим

$P^2(P-4)-4\delta_1P-\delta_1{}^2 = 2$ (4)

Теперь-то мы непременно заметим, что $\delta_1>P$, иначе по той же логике, что и выше, слева (4) мы получим:

$P^2(P-9)>2$, что опять-таки не подходит, тогда, должно существовать число $\delta_2=\delta_1-P$, и подставляя $\delta_1=P+\delta_2$ в (4), получим:

$P^2(P-9)-6\delta_2P-\delta_2{}^2=2$ (5)

Вот здесь-то уже можно совсем не сомневаться, что так будет продолжаться без конца и края. Действительно, путем проб $\delta_i=P$ каждый раз мы получаем $P^2(P-K_i)>2$. Каким бы ни было число K_i, это уравнение невыполнимо, поскольку если $K_i<P$ и $P>3$, то $P^2(P-K_i)>2$, а если $K_i\geq P$, то такой вариант исключается, т.к. тогда $P^2(P-K_i)\leq 0$. Продолжать так бесконечно явно бессмысленно, следовательно, наше начальное предположение о существовании других решений $P>3$, $Q>5$ неверно и эта теорема Ферма доказана.

В часто упоминаемой нами книге Сингха эта задача приводится как пример «головоломок», которые «придумывал» Ферма. Но теперь выясняется, что универсальный метод спуска и простой приём с пробами приравненных чисел делают эту задачу одним из очень эффективных примеров для обучения в школе. Имея это доказательство, школьники без труда смогут доказать ещё одну теорему из письма-завещания Ферма, которую в своё время мог решить только такой знаменитый на весь мир учёный, как Леонард Эйлер:

Существуют только два целочисленных квадрата, которые, увеличенные на 4, *дают кубы, эти квадраты будут* 4 *и* 121.

Иными словами, уравнение $p^3=q^2+4$ имеет только два решения в целых числах.

3.4.2 Золотая теорема Ферма

Напомним, что в известном нам письме-завещании Ферма, (п. 3.3.1), изложен только частный случай этой теоремы для квадратов. Но и этот упрощённый вариант задачи оказался не по силам не только представителям высшей французской аристократии Баше и Декарту, но даже и королевско-императорскому математику Эйлеру.

Другой королевский математик Лагранж, благодаря тождеству, найденному Эйлером, всё же сумел справиться с квадратами и его доказательство только одного этого частного случая ЗТФ тиражируется до сих пор чуть ли не во всех учебниках. Однако, не поддаётся никакому разумному объяснению то, что общее доказательство ЗТФ для всех многоугольных чисел, полученное Коши в 1815 г., было просто проигнорировано научным сообществом.

Наше исследование мы начнём с формулировки ЗТФ из письма Ферма к Мерсенну 1636 г. следующим образом:

Всякое <натуральное> число равно

одному, двум или трём треугольникам,

одному, 2, 3 или 4 квадратам,

одному, 2, 3, 4 или 5 пятиугольникам, и так до бесконечности [31].

Поскольку многоугольные числа явно не в почёте у сегодняшней науки, мы дадим здесь все необходимые разъяснения. Формула вычисления любого многоугольного числа представляется как $m_i = i+(k-2)(i-1)i/2$ где m – многоугольное число, i – порядковый номер, k – количество углов.

Таким образом, $m_1=1$; $m_2=k$; а для всех остальных i значения m_i варьируются в широких пределах, как показано в Табл. 1.

Для вычисления m_i достаточно получить по формуле только треугольные числа, что очень легко, поскольку разница между ними с каждым шагом растёт на единицу. А все остальные m_i можно вычислять путём прибавления в столбцах предыдущего треугольного числа. Например, в столбце i=2 числа увеличиваются на единицу, в столбце i=3 – на три, в столбце i=4 – на шесть и т.д., т.е. как раз на величину треугольного числа из предыдущего столбца.

Табл. 1. Многоугольные числа

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
k=3	1	3	6	10	15	21	28	36	45
k=4	1	4	9	16	25	36	49	64	81
k=5	1	5	12	22	35	51	70	92	117
k=6	1	6	15	28	45	66	91	120	153
k=7	1	7	18	34	55	81	112	148	189
k=8	1	8	21	40	65	96	133	176	225
k=9	1	9	24	46	75	111	154	204	261
k	1	k	3k−i	6k−2i	10k−3i	15k−4i	21k−5i	28k−6i	36k−7i

Убедиться в том, что любое натуральное число представляется суммой не более чем k k-угольных чисел, довольно легко. Например, треугольное число 10, состоит из одного слагаемого. Далее 11=10+1, 12=6+6, 13=10+1 из двух, 14=10+3+1 из трёх, 15 вновь из одного слагаемого. И так будет происходить регулярно со всеми натуральными числами. Удивительно то, что количество необходимых слагаемых ограничивается именно числом k. Так что же это за чудодейственная сила, которая неизменно даёт такой результат?

Для примера возьмём натуральное число 41. Если в качестве слагаемого будет ближайшее к нему треугольное число 36, то уложиться в три многоугольных числа не получится никак, поскольку иначе как из 4-х слагаемых, т.е. 41=36+3+1+1 это число не получается. Однако, если мы вместо 36 возьмём другие треугольные числа, например, 41=28+10+3, или 41=21+10+10, то опять каким-то неведомым чудесным образом всё будет так, как утверждает ЗТФ.

На первый взгляд представляется просто невероятным, что можно как-то с этим разобраться? Но мы всё же обратим внимание на существование особых натуральных чисел, которые представляются не менее, чем из k k-угольных чисел и обозначим их как S-числа. Такие числа легко найти, например, для треугольников – это 5, 8, 14, для квадратов – 7, 15, 23, для пятиугольников – 9, 16, 31 и т.д. И вот такое простое наше наблюдение позволяет двигаться к цели напрямую, т.е. не задействуя хитроумные приёмы или мощную «остроту ума».

Теперь, чтобы доказать ЗТФ, предположим обратное, т.е. что существует некое минимальное натуральное число N, представляемое не менее, чем из k+1 k-угольных чисел. Тогда понятно, что это наше предполагаемое число должно находиться между какими-нибудь k-угольными числами m_i и m_{i+1} и может представляться как

$N = m_i + \delta_1$, где $\delta_1 = N - m_i$ (1)

Вполне очевидно, что δ_1 должно быть S-числом, поскольку иначе это будет противоречить нашему предположению о числе N. Далее мы поступаем также, как и в нашей пробе с числом 41, т.е. представляем предполагаемое число как $N = m_{i-1} + \delta_2 = m_{i-2} + \delta_3$; где $\delta_2 = N - m_{i-1}$; $\delta_3 = N - m_{i-2}$ и т.д. Теперь δ_2, δ_3 и т.д. также должны быть S-числами. И вот так мы будем двигаться по спуску до самого конца, т.е. до

$\delta_{i-1} = N - m_2 = N - k$ и $\delta_i = N - m_1 = N - 1$ (2).

Таким образом, в последовательности чисел от δ_1 до δ_i все они должны быть S-числами, в то время как наше предполагаемое число N будет состоять не менее чем из k+1 k-угольных чисел. Из (1) и (2) следует: $N - m_i = S_i$ (3).

Следовательно, если отнимать от нашего предполагаемого числа N любое меньшее его многоугольное число m_i, то согласно нашему предположению, в результате должно получаться только S-число. Конечно, это условие выглядит просто невероятным и создаётся впечатление, что мы уже у цели, но как же тогда доказать, что это невозможно?

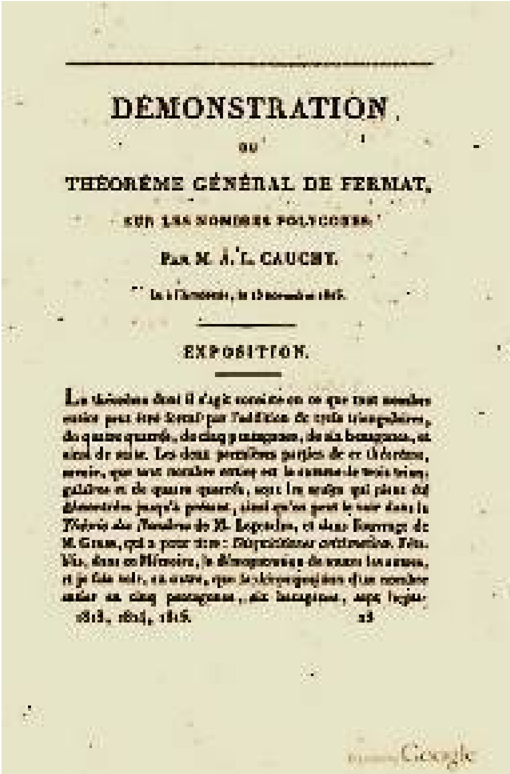
Если бы мы дали здесь ответ на этот вопрос, то эта знаменитая теорема Ферма сразу превратилась бы в самую обычную школьную задачку и интерес к ней был бы утрачен. Чтобы этого не произошло, мы пока остановимся на том, что доказательство изложено здесь только на 99%, а остающийся 1% мы предложим найти тем, кому это будет интересно, чтобы оценить истинное великолепие этого научного достижения Ферма особенно в сравнении с доказательством ЗТФ Коши.[42]

Рис.34. Титульная страница доказательства Коши

---

[42] Факсимиле издания с доказательством ЗТФ Коши опубликовано Google под названием MEMIRES DE LA CLASSE DES SCIENCES MATHTÉMATIQUES ET PHYSIQUES DE L'INSTITUT DE France. ANNEES 1813, 1814, 1815: https://books.google.de/books?id=k2pFAAAAcAAJ&pg=PA177#v=onepage&q&f=false. То, что нам нужно находится на стр. 177 под названием DEMONSTRATION DU THÉORÉME GÉNÉRAL DE FERMAT, SUR LES NOMBRES POLYGONES. Par M. A. L. CAUCHY. Lu à l'Académie, le 13 novembre 1815 (см. рис. 34, 35). Общее доказательство Коши занимает 43 (!!!) страницы, и только одно это обстоятельство указывает на то, что ни в один учебник оно не влезает. Аналогичный труд с доказательством ВТФ для n=7 выполнил коллега Коши по Академии наук Габриэль Ламе. Подобные творения не то, что студентам, но и академикам не по силам, т.к. первые ничего не могут в них понять, а вторые просто не располагают для этого необходимым временем. Тогда выходит, что такие доказательства вряд ли возможно проверить, насколько они убедительны, т.е. являются ли вообще доказательствами. А вот если бы Коши применил рекомендованный Ферма метод спуска, то доказательство стало бы настолько убедительным, что никаких проверок просто не потребовалось бы. Отсюда следует очень простой вывод: *Золотая теорема Ферма*, также как некоторые другие его теоремы до сих пор остаются недоказанными.

Золотой теоремы Ферма



DÉMONSTRATION

DU

THÉORÈME GÉNÉRAL DE FERMAT,

SUR LES NOMBRES POLYGONES;

PAR M. A.-L. CAUCHY.

EXPOSITION.

Рис. 35. Одна из 43-х страниц доказательства Коши *Золотой теоремы Ферма* sont des nombres entiers. Mais, en vertu de la condition (3), le plus petit de ces nombres, savoir :

$$\frac{\frac{1}{2}s-x-y-z}{2},$$

doit être supérieur à -1, c'est-à-dire nul ou positif. Les huit nombres entiers dont il s'agit seront donc tous nuls ou positifs. Cela posé, il est facile de voir qu'on satisfera en même temps aux deux équations (1), en attribuant à t, u, v, w les valeurs positives que fournissent l'un et l'autre des deux systèmes d'équations

$$(4)\begin{cases} t=\dfrac{\frac{1}{2}s-x-y-z}{2},\ u=\dfrac{\frac{1}{2}s-x+y+z}{2},\ v=\dfrac{\frac{1}{2}s+x-y+z}{2},\ w=\dfrac{\frac{1}{2}s+x+y-z}{2}, \\ t=\dfrac{\frac{1}{2}s+x+y+z}{2},\ u=\dfrac{\frac{1}{2}s+x-y-z}{2},\ v=\dfrac{\frac{1}{2}s-x+y-z}{2},\ w=\dfrac{\frac{1}{2}s-x-y+z}{2}, \end{cases}$$

ou, ce qui revient au même, l'un et l'autre des systèmes suivants :

$$(5)\begin{cases} t=\dfrac{\frac{1}{2}s-x-y-z}{2},\ u=t+y+z,\ v=t+x+z,\ w=t+x+y, \\ t=\dfrac{\frac{1}{2}s+x+y+z}{2},\ u=t-y-z,\ v=t-x-z,\ w=t-x-y. \end{cases}$$

Corollaire Ier. Lorsque

$$k-\left(\tfrac{1}{2}s\right)^2$$

est de la forme $4^m(8n+7)$, l'équation (2) ne peut être résolue en nombres entiers. Mais alors il devient impossible de résoudre simultanément les équations (1), ainsi qu'on l'a prouvé ci-dessus (théorème Ier, corollaire Ier).

3.4.3. Задача Архимеда-Ферма

Постановка задачи выглядит следующим образом:

Пусть дано любое неквадратное число, требуется найти бесконечное число квадратов, которые при умножении на данное число и увеличении на единицу составят квадрат .

Ферма предложил найти решения для чисел 61, 109, 149, и 433 [36].

Способ, как вычислить требуемые числа, сумел найти английский математик Джон Валлис, применив метод Евклида разложения иррационального числа в бесконечную простую дробь. Своё решение он опубликовал его под названием «Commercium epistolicum» см. рис. 37-38.

Рис. 36. Джон Валлис

John Wallis
(1616 – 1703)

Хотя Валлис и не дал полное доказательства правомерности этого метода, Ферма всё же признал, что с задачей он справился. К решению почти вплотную приблизился Эйлер, когда он показал, что эта дробь цикличная, однако и ему не удалось довести доказательство до конца, и в конечном итоге эту задачу всё-таки решил Лагранж. Позже уже своим способом решение нашёл также Гаусс, но для этого была задействована созданная им обширная теория под названием «Арифметика вычетов».

Рис. 37. Титульная страница публикации Валлиса

Commercium epistolicum

COMMERCIUM

EPISTOLICUM.

DE

Quæstionibus quibusdam *Mathematicis* nuper habitum.

Inter Nobilissimos Viros

D. *Gulielmum* Vicecomitem *Brouncker*, *Anglum*;

D. *Kenelmum* *Digbyum* Equitem *Anglum*;

D. *Fermatium*, in suprema *Tholosatum* Curia Judicem Primarium;

D. *Frenicium*, Nobilem *Parisinum*.

Unacum

D. *Joh. Wallis* Geometr. Professore *Oxonii*.

D. *Franc. a Schooten*, Math. Prof. *Lugduni Batavorum*; Aliisque.

Edidit JOHANNES WALLIS, S. Th. D. in celeberrima Oxoniensi Academia Geometriæ Professor Savilianus.

OXONIÆ,

Excudebat A. Lichfield, Acad. Typograph. Impensis Tho. Robinson, M.DC.LVIII.

И всё было бы хорошо, если бы доказательство Лагранжа не относилось к категории высшей трудности, а решение Гаусса не опиралось на сложнейшую теорию. Ведь сам Ферма явно не мог следовать ни тем, ни другим путем. О том, как он сам решил эту задачу, он сообщает в письме-завещании в августе 1659 г. [36]: «*Я признаю, что г-н Френикль дал различные частные решения этого вопроса, а также г-н Валлис, но общее решение будет найдено с помощью метода спуска, примененного умело и надлежащим образом*». Однако это решение Ферма так и осталось для всех тайной за семью печатями!

Рис. 38. Страница 64 *Commercium epistolicum*, демонстрирующая метод Валлиса in primo inchoato, [illegible], subinde desectus occurrat, vel 2, vel 3, vel etiam alius quilibet qui [illegible] singulatim 1 1 1 supra commemorata (tum ubi hoc occurrit non [illegible] cum absolute jam supra dictum est) vel etiam 3, ejusve ulla potestas, puta 3^2, 3^3 &c. Ubi enim occurrit desectus 3, habetur [illegible] ubi 3^2, habetur [illegible] ; habetur [illegible] & sic deinceps. [illegible] hoc pacto prodeunt numeri fracti, quod ubi contingit [illegible] quam [illegible] procedendum erit, ut supra [illegible] est. Exempli gratia. Proponitur, ut prius, [illegible] = 13. Conficiatur ordine undecimo, (columna post primam quarta) [illegible] [illegible] [illegible]. Negligimus autem, in columna prima, tum desectum [illegible] loco primo, tum [illegible] loco tertio, tum [illegible] loco [illegible], columnae post

[illegible]

primam tertia, desectum [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] fractus; (utpote [illegible], vel [illegible], vel saltem [illegible]) [illegible] huic negotio non accommodus. [illegible] [illegible], a loco 180, ad locum 11. Non autem, in [illegible] numeros ex [illegible], [illegible] negotium, nisi saltem ad columnas hic superius [illegible]. Cum enim [illegible] [illegible] [illegible], columnae post primam quarta, est quidem [illegible] [illegible] [illegible] in nulla ex his columnis [illegible] [illegible] [illegible] primo

praecise

Мы попробуем здесь немножко приоткрыть завесу над этой тайной. Для этого мы рассмотрим простой пример вычислений по методу Валлиса и затем сравним его с тем, как можно было бы сделать эти вычисления по методу Ферма. Итак, нам нужно найти самое маленькие числа x и y, удовлетворяющие уравнению $Ax^2+1=y^2$. Пусть A=29, тогда вычисления методом Валлиса выглядят следующим образом [32]:

$a=\sqrt{29}$	$a_0=\lvert a\rvert=5$
$a_1=1/(a_0-5)=1/(\sqrt{29}-5)=(\sqrt{29}+5)/4$	$a_1=\lvert a_1\rvert=2$
$a_2=1/(a_1-2)=1/(\sqrt{29}-5)=(\sqrt{29}+3)/5$	$a_2=\lvert a_2\rvert=1$
$a_3=1/(a_2-1)=1/(\sqrt{29}-2)=(\sqrt{29}+2)/5$	$a_3=\lvert a_3\rvert=1$
$a_4=1/(a_3-1)=1/(\sqrt{29}-3)=(\sqrt{29}+3)/4$	$a_4=\lvert a_4\rvert=2$
$a_5=1/(a_5-2)=4)=(\sqrt{29}+5)$	$a_5=\lvert a_5\rvert=10$
$a_6=1/(\sqrt{29}-5)=a_1$	

Из этой последовательности вычислений цепочка подходящих дробей получается обратным ходом, т.е. от a_5 до a_0 и выглядит как: 5/1; 11/2; 16/3; 27/5. В итоге получаем 70/13. Тогда минимальным решением будет:

$X_1\sqrt{29}+y_1=(13\sqrt{29}+70)^2=1820\sqrt{29}+9801$; $x_1=1820$; $y_1=9820$

Валлис не сумел доказать, что такой способ вычислений даёт решения для *любого* неквадратного числа A. Однако он догадался, что цепочка вычислений заканчивается там, где a_6 будет вычисляться по той же формуле, что и a_1. Чтобы понимать смысл этой цепочки вычислений, нужно изучить очень объёмистую и исключительно трудную теорию [7, 14, 19, 23, 26, 32], которую Ферма в то время не смог бы разработать. Поскольку никаких рабочих рукописей Ферма по арифметики не сохранилось, то возникает естественный вопрос: как же он мог сформулировать такую трудную задачу, о которой до него было очень мало сведений?

Для сегодняшней науки такой вопрос явно выходит за рамки её возможностей, т.к. для неё верхом достижений при решении задач Ферма является любой результат, даже раздутый до таких невероятных размеров, которые мы имеем сегодня. Однако трудно себе представить, как будет удручена эта наша уважаемая наука, когда из этой книжки она узнает, что задача была решена Ферма вовсе не для великих учёных, а … для школьников!!! Но мы здесь не можем позволить себе её так сильно огорчать, поэтому отметим только то, что приводимый в учебниках пример очень неудачный, т.к. он решается совсем просто, а именно: $x=2mz$, где $m<x$, $z<y$, $Am^2-1=z^2$. Это последнее уравнение отличается от исходного лишь знаком и даже методом обычных проб, не прибегая к иррациональным числам, можно легко найти решение $m=13$; $z=70$; $x=2\times13\times70=1820$; $y=9820$.

Очевидно, что в учебниках было бы гораздо уместнее демонстрировать пример с числом 61, т.е. наименьшим числом, предложенным самим Ферма. Как он сам решил эту задачу, науке неизвестно, но мы-то уже неоднократно демонстрировали, что узнать это для нас не проблема. Нужно всего-то лишь ещё разочек заглянуть в тайник тулузского сенатора и, как только нам это удалось, мы быстро нашли нужный пример, чтобы его можно было сравнить с методом Валлиса. В этом примере можно вычислить $x=2mz$, где m и z это решения соответствующего уравнения $61m^2-z^2=1$. Тогда цепочка вычислений получается следующим образом:

$61m^2-z^2=1$

$m=(8m_1\pm z_1)/3=(8\times722+5639)/3=3805;$

$z^2=61\times3805^2-1=29718^2$

$61m_1^2-z_1^2=3$

$m=(8m_1\pm z_1)/3=(8\times722+5639)/3=3805;$

$z_1^2=61\times722^2-1=29718^2$

$61m_2^2-z_2^2=9$

$m=(8m_1\pm z_1)/3=(8\times722+5639)/3=3805;$

$z_2^2=61\times137^2-1=29718^2$

$61m_3^2-z_3^2=27$

$m_3=(8m_4\pm z_4)/3=(8\times5+38)/3=26;\ z_3^2=61\times26^2-27=203^2$

$61m_4^2-z_4^2=81$

$m_4=(8m_5\pm z_5)/3=(8\times2-1)/3=5;\ z_4^2=61\times5^2-81=38^2$

$61m_5^2-z_5^2=243$

$m_5=2; z_5^2=1$

Мы не будем раскрывать все нюансы этого метода, иначе всякий интерес к этой задаче был бы утрачен. Мы отметим лишь, что по сравнению с методом Валлиса, где метод спуска не применяется, здесь он присутствует в явном виде. Это выражается в том, что если числа m и z, удовлетворяющие уравнению $61m^2-z^2=1$, существуют, то должны ещё существовать числа $m_1<m$ и $z_1<z$, удовлетворяющие уравнению $61m_1^2-z_1^2=3$, а также числа $m_2<m_1$ и $z_2<z_1$, из уравнения $61m_2^2-z_2^2=9$, и т.д. вплоть до минимальных значений $m_5<m_4$ и $z_5<z_4$. Число 3, фигурирующее в спуске, вычисляется как 64–61, т.е. как разница между 61 и ближайшим к нему квадратом. Вычисления, также, как и при методе Валлиса, ведутся в обратном порядке, т.е. только после того, как будут вычислены минимальные значения m_5 и z_5. В результате получаем: $m=3805$; $z=29718$;

$x=2mz=2\times3805\times29718=226153980$;

$y=\sqrt{(61\times226153980^2+1)}=1766319049$

Конечно, знатоки существующей ныне теории быстро заметят в этом примере то, что полученные в нём результаты вычислений в точности совпадут с теми, которые можно получить методом Валлиса. Однако для этого им придётся использовать иррациональное число $\sqrt{61}$, а наш пример с методом Ферма показал, что можно делать вычисления исключительно в рамках арифметики, т.е. только в натуральных числах. Несомненно также, что знатоки без особых усилий догадаются, как получить формулы, показанные в нашем примере. Однако для них будет совсем непросто объяснить, как применять этот метод Ферма в общем случае, ведь из нашего примера совсем не ясно, как можно определить, что конечной целью является решение уравнения $61m_5^2 - z_5^2 = 243$, из которого следует вести вычисления с обратным отсчётом.

Было бы просто превосходно, если бы сегодняшняя наука смогла объяснить метод Ферма во всех деталях, однако даже призрачные надежды на это пока не просматриваются. Более реалистично было бы ожидать, что будут предприняты попытки опровержений данного примера как демонстрации неизвестного науке метода решения проблемы. Тем не менее, ей придётся считаться с тем, что этот пример пока остаётся единственным за всю историю (!!!) подтверждением того, о чём Ферма сообщал в своём письме-завещании. Когда эта тайна будет раскрыта полностью, то все скептики будут посрамлены, и им не останется ничего иного, как признать Ферма более великим, чем все остальные величайшие учёные. Ведь их признавали таковыми главным образом потому, что они создавали теории, настолько трудные для понимания нормальных людей, что они могли только вызывать непомерный ужас у студентов, которым приходится теперь отдуваться за такую науку:

https://www.youtube.com/watch?v=wFz8W2HsjfQ
https://www.youtube.com/watch?v=cUytn2SZ1n4
https://www.youtube.com/watch?v=ZhVNOgaBStY [43]

В этом смысле следующий пример решения задачи с применением метода спуска будет особенно любопытен тем, что она была предложена в письме Ферма к Мерсенну в конце 1636 г., т.е. возраст этой задачи составляет уже почти четыре столетия. Доказательство Эйлера [8, 30] было некорректно из-за применения в нём «комплексных чисел». Однако даже исправленная версия Андре Вейля 1983 г. [17] слишком сложна для школьного обучения.

3.4.4. Задача Ферма с возрастом 385 лет

В первоначальном варианте в 1636 г. эта задача была сформулирована так:

Найти два квадрато-квадрата, сумма которых равна квадрато-квадрату, или два куба, сумма которых есть куб.

Эта формулировка была использована оппонентами Ферма как факт того, что Ферма не имел доказательства ВТФ и ограничился только этими двумя частными случаями. Однако само название «Великая теорема Ферма» появилось только после публикации «Арифметики» Диофанта с замечани-

[43] Примеры демонстрируются во множестве видео из Интернета, впрочем, эти примеры никак не умаляет достоинств профессоров, отлично знающих своё дело.

ями Ферма в 1670 г., т.е. через пять лет после его смерти. Поэтому утверждать, что Ферма заявил о ВТФ в 1637 г., нет никаких оснований.

Первый случай для четвёртой степени мы подробно рассмотрели в Приложении II. Что же касается случая для третьей степени, то представленный нами ниже способ доказательства самого Ферма не оставит никаких шансов решениям этой проблемы Эйлера и Вейля остаться частью науки, поскольку с точки зрения простоты и изящества авторского решения проблемы, они станут просто ненужными.

Чтобы доказать, что не существует два куба, сумма которых есть куб, мы применим простейший подход, основанный на делимости чисел, откуда следует, что в исходном уравнении

$a^3+b^3 = c^3$ (1)

числа a, b и c могут рассматриваться как взаимно простые, т.е. не имеющие общих делителей, однако в общем случае это не обязательно, поскольку если мы докажем, что уравнение (1) не может иметь решений в любых целых числах, в т.ч. имеющих общие множители, то этим мы докажем, что взаимно простые числа тем более не могут быть решениями исходного уравнения. Тогда мы будем исходить из того, что обе стороны уравнения (1) во всех случаях должны делиться на число c^2, тогда уравнение (1) можно представить как

$c^3 = c^2(x+y) = a^3+b^3$ (2)

В этом случае легко убедиться, что существует только одна возможность получить решения уравнения (1), если числа c, x, y, а также x+y будут кубами, т.е.

$c = x+y = p^3+q^3= z^3; x = p^3; y = q^3$ (3)

Тогда уравнение (1) должно иметь вид:

$(z^3)^3=(z^3)^2(p^3+q^3)$ (4)

Таким образом, мы выяснили, что если существуют числа a, b и c, удовлетворяющие уравнению (1), то должны существовать числа $p<a$, $q<b$ и $z<c$, удовлетворяющие уравнению (3)

$p^3+q^3= z^3$

Если теперь мы применим тот же подход к решению этого уравнения, который мы применили к решению уравнения (1), то мы получим такое же уравнение, только с меньшими числами. Однако поскольку невозможно бесконечно уменьшать натуральные числа , то из этого следует, что решений в целых числах уравнения (1) не существует.

На первый взгляд, мы получили очень простое и вполне убедительное доказательство задачи Ферма методом спуска, которую никто не мог получить таким простым способом в течение 385 лет, и этому можно только радоваться. Однако такой вывод был бы слишком поспешным, т.к. это доказательство на самом деле неверно и может быть опровергнуто самым неожиданным образом. Тем не менее, это опровержение настолько удивительно, что мы не будем здесь его раскрывать, потому что оно открывает путь не только для самого простого доказательства ВТФ, но и автоматически позволяет вывести на самое простое доказательство гипотезы Биэла. Обнародование способа опровержения доказательства, данного выше, вызвало бы настоящую сумятицу в учёном мире, поэтому эту тайну мы включим в число наших загадок (см. Приложение V, п. 41).

Итак, мы продемонстрировали здесь решения задач Ферма (только методом спуска!):

1) Доказательство *Основной теоремы арифметики*.

2) Доказательство теоремы о единственном решении уравнения

$p^3=q^2+2$.

3) Способ доказательства *Золотой теоремы Ферма*.

4) Способ решения уравнении Архимеда-Ферма $Ax^2+1=y^2$.

5) Способ доказательства невозможности $a^3+b^3= c^3$.

6) Доказательство грандиозного открытия Ферма о простых

числах типа $4n+1=a^2+b^2$, которое мы изложим в другом стиле (Приложение IV, рассказ *Год 1680*).

За прошедшие 350 (!!!) лет после публикации этих задач Ферма, всей существующей науке такой результат не мог даже и присниться!

3.5. Метод чётности

Перед тем как приступить к теме «Великая теорема Ферма», отметим, что эта задача не была решена самим Ферма методом спуска, иначе в его формулировке ВТФ не было бы упоминания о «поистине удивительном доказательстве», которое безусловно относилось к другим методам. Поэтому к изложенным выше примерам применения метода спуска мы добавим наше представление о двух неизвестных сегодняшней науке методах, относящихся к доказательству ВТФ от самого Ферма. Наиболее экстравагантный из них – это метод чётности. Отметим также, что само понятие чётности очень часто используется в логических построениях математиков и в этом смысле оно банально. Но в нашем методе оно принимает особую форму числа.

3.5.1. Определение чётности как числа

Из основной теоремы арифметики следует простая, но очень эффективная идея определения чётности как числа, которое формулируется следующим образом:

Чётность данного числа – это количество делений этого числа на два без остатка до тех пор, пока результат деления станет нечётным.

Введем условное обозначение чётности угловыми скобками. Тогда выражение ‹x› = y будет означать: чётность числа икс равна игрек.

Например, выражение «чётность числа сорок равна трём» можно представить как: ‹40› = 3. Из данного определения чётности следует:

– Чётность нечётного числа равна нулю.

– Чётность нуля равна бесконечно большому числу.

– Любое натуральное число «n» можно представить как:

$n = 2^w(2N - 1)$ где N – основание натурального числа, w – четность.

3.5.2. Закон четности

На основе приведенного выше определения чётности можно констатировать, что равные числа имеют равную чётность. Применительно к какому-либо уравнению это положение относится к его сторонам и безусловно необходимо для того, чтобы оно могло иметь решения в целых числах. Отсюда следует закон чётности для уравнений:

Уравнение может иметь решения в целых числах в том и только в том случае, если чётности обеих его сторон равны.

Математическое выражение закона чётности $W_L = W_R$, где W_L и W_R – соответственно чётности левой и правой сторон уравнения. Отличительная особенность закона чётности заключается в том, что о равенстве чисел нельзя судить по равенству их чётности, но если их чётности не равны, то это безусловно означает и неравенство чисел.

3.5.3. Правила вычисления четности

Чётность суммы или разности двух чисел a и b

Если ‹a› < ‹b› , то ‹a ± b› = ‹a› Отсюда следует, в частности, что сумма или разность чётного и нечётного числа всегда даёт число с нулевой чётностью.

Если ‹a› = ‹b› = x
то либо ‹a + b› = x + 1, при этом ‹a – b› > x + 1,
либо ‹a – b› = x + 1, при этом ‹a + b› > x + 1.
Эти формулы обусловлены тем, что
‹(a + b) + (a – b)› = ‹2a› = ‹a› + 1
Отсюда следует также, что сумма или разность двух чётных или
двух нечётных чисел дает чётное число.

Чётность суммы или разности двух степеней a^n и b^n

Если ‹a› < ‹b› , то ‹$a^n \pm b^n$› = ‹a^n›.
Если ‹a› = ‹b› = x, то:

только для чётных n:

$\langle a^n - b^n \rangle = \langle a - b \rangle + \langle a + b \rangle + x(n - 2) + \langle n \rangle - 1;$

$\langle a^n + b^n \rangle = xn + 1;$

только для нечётных n:

$\langle a^n \pm b^n \rangle = \langle a \pm b \rangle + x(n - 1)$

При умножении натуральных чисел их чётности складываются

$\langle ab \rangle = \langle a \rangle + \langle b \rangle$

При делении натуральных чисел их чётности вычитаются

$\langle a : b \rangle = \langle a \rangle - \langle b \rangle$

При возведении натурального числа в степень его чётность умножается на степень

$\langle a^b \rangle = \langle a \rangle \times b$

При извлечении корня натурального числа его чётность

делится на степень корня

$\langle \sqrt[b]{a} \rangle = \langle a \rangle : b$

3.6. Метод ключевой формулы

Для решения уравнений со многими неизвестными в целых числах на практике очень часто применяется подход, когда к исходному уравнению добавляется ещё одно уравнение и решение исходного ищется в системе из двух уравнений. Это второе уравнение мы называем ключевой формулой. До сих пор из-за своей простоты этот метод не выделялся среди других методов, однако мы здесь покажем, насколько он эффективный и явно заслуживает особого внимания. В первую очередь мы отметим важную особенность метода, которая состоит в том, что:

Ключевая формула не может появиться иначе как выведенная из исходного уравнения.

Если эту особенность метода не учитывать, т.е. добавлять к исходному уравнению некоторое другое, то в этом случае вместо решения исходного уравнения мы получим лишь результат, указывающий на *совместимость* этих двух уравнений. В частности, мы можем получить не все решения исходного уравнения, а только те, которые ограничиваются вторым уравнением. В случае же, когда второе уравнение выведено из исходного, результат будет исчерпывающим, т.е. либо все решения, либо неразрешимость в целых числах исходного уравнения.

Для примера рассмотрим уравнение $z^3=x^2+y^2$. Чтобы найти все его решения, мы будем исходить из того, что обязательным условием (ключевой формулой) должно быть $z=a^2+b^2$, т.к. правая часть исходного уравнения не может быть получена иначе как произведение чисел, каждое из которых является суммой двух квадратов. Этот вывод основан на том, что *произведение чисел, состоящих из суммы двух квадратов, во всех случаях даёт число, также состоящее из суммы двух квадратов*. Верно и обратное: если дано составное число, состоящее из суммы двух квадратов, то оно не может иметь простые множители, не состоящие из суммы двух квадратов. В этом легко убедиться из тождества

$$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2=(ac-bd)^2+(ad+bc)^2$$

Тогда из $(a^2+b^2)(a^2+b^2)=(aa+bb)^2+(ab-ba)^2=(a^2-b^2)^2+(ab+ba)^2$ следует, что квадрат числа, состоящего из суммы двух квадратов, даёт не два разложения на сумму двух квадратов, (как это должно быть в соответствии с тождеством), а только одно, поскольку $(ab-ba)^2=0$, что не является натуральным числом, иначе любое квадратное число после прибавления к нему нуля можно было бы формально считать суммой двух квадратов. Однако это не так, поскольку существуют квадраты, которые не могут состоять из суммы двух квадратов.

Как установил Пьер Ферма, таковыми являются все числа, содержащие хотя бы один простой множитель типа $4n-1$. Теперь из $a^2-b^2=c$; $ab+ba=2ab=d$; $(a^2+b^2)^2=c^2+d^2$ следует итоговое решение:

$$z^3=(a^2+b^2)^3=(a^2+b^2)(c^2+d^2)=x^2+y^2$$

где a, b *любые* натуральные числа, а все остальные вычисляются как $c=a^2-b^2$; $d=2ab$; $x=ac-bd$; $y=ad+bc$ (либо $x=ac+bd$; $y=ad-bc$).

Таким образом, мы установили, что исходное уравнение $z^3=x^2+y^2$ имеет бесчисленное множество решений в целых числах, а для конкретных заданных чисел a, b – два решения.

Из этого примера также понятно, почему одна из теорем Ферма утверждает, что:

Простое число типа 4n+1 и его квадрат только один раз раскладываются на сумму двух квадратов, его куб и биквадрат два раза, его пятая и шестая степени три и т.д. до бесконечности.

4. Великая теорема Ферма

4.1. Тернистый путь к истине

4.1.1. ВТФ до сих пор остаётся недоказанной

Учёный мир впервые узнал о ВТФ после первой публикации в 1670 г. «Арифметики» Диофанта с замечаниями Ферма, (см. рис. 3 и рис. 96 из Приложения V). И с той поры, т.е. в течение трёх с половиной столетий, наука никак справиться с этой задачей не может. Более того, может быть именно поэтому ВТФ и стала объектом беспрецедентной фальсификации в истории математики. В этом очень легко убедиться, поскольку основные доводы «доказательства» ВТФ 1995 г. хорошо известны и выглядят следующим образом.

Если бы ВТФ была неверна, то существовала бы эллиптическая «кривая Фрая» (???) $y^2=x(x-a^n)(x+b^n)$, где $a^n+b^n=c^n$. Но Кеннет Рибет (Kenneth Ribet) доказал, что такая кривая не может быть модулярной. Следовательно, достаточно получить доказательство гипотезы Танияма – Симура о том, что *все* эллиптические кривые должны быть модулярны, чтобы оно стало и доказательством ВТФ. Его предоставил в 1995 году Эндрю Вайлс, который и стал первым учёным, якобы доказавшим ВТФ.

Однако на поверку оказывается, что «кривая Фрая» и вместе с ней работы Рибета и Вайлса вообще никакого отношения к ВТФ не имеют!!![44] А по части «доказательства» Э. Вайлса гипотезы Танияма – Симура, он и сам признал[45], что нужно очень много учиться, (естественно, у Вайл-

---

[44] Надо признать, что метод доказательства Фрая в принципе такой же, как и у Ферма, т.е. он основан на получении решения уравнения $a^n+b^n=c^n$ путём его объединения в систему с другим уравнением – ключевой формулой, и затем решения этой системы. Но если ключевая формула Ферма $a+b=c+2m$ выведена напрямую из исходного уравнения, то у Фрая она просто взята с потолка и пристёгнута к уравнению Ферма $a^n+b^n=c^n$, т.е. «кривая Фрая» $y^2=x(x-a^n)(x+b^n)$ – это фокуснический приём, позволяющий скрыть суть проблемы и заменить её на некую иллюзию. Даже если бы Фрай доказал отсутствие в его уравнении целочисленных решений, то всё равно это никоим образом не могло бы вывести его на доказательство ВТФ. Но ему и этого не удалось, поэтому одна «гениальная идея» родила «ещё более гениальную идею» о противоречии «кривой Фрая» гипотезе Танияма – Симура. С таким подходом можно получить невероятно большие возможности для манипулирования и подтасовок под нужный результат, например, можно «доказать», что уравнение $a+b+c=d$, как и уравнение Ферма $a^n+b^n=c^n$ в целых числах не решается, если пристегнуть к нему уравнение $abc=d$. Однако такие «идеи», явно указывающие на на подмену предмета доказательства, вообще не должны рассматриваться, т.к. фокусники только и надеются на трудности прямого опровержения их трюка.

[45] Вот как сам Э. Вайлс комментирует ошибку, найденную в его «доказательстве» в 1993 г.: «Even explaining it to a mathematician would require the mathematician to spend two or three months studying that part of the manuscript in great detail» – «Для того чтобы объяснить это математику нужно 2-3 месяца очень подробного обучения этой части текста». См. публикацию Nova http://

са), чтобы понимать все его нюансы, изложенные аж на 130 страницах (!!!) научного журнала «Annals of Mathematics». Вполне естественно, что после появления столь экзотического «доказательства», учёные от такого издевательства над наукой никак не могут прийти в себя, Интернет изобилует всякими опровержениями[46], и нет никаких сомнений в том, что какого-либо общепризнанного доказательства ВТФ до сих пор так и не существует.

Особая значимость ВТФ состоит в том, что, по сути, это один из простых случаев сложения степеней, когда только сумма двух квадратов может быть квадратом, а для более высоких степеней такое сложение невозможно. Однако согласно теореме Варинга-Гилберта, любое натуральное число, (в т. ч. и целая степень), может быть суммой одинаковых, (или таких же), степеней[47]. И вот эта, куда более сложная и не

---

www.pbs.org/wgbh/nova/physics/andrew-wiles-fermat.html Выходит, что это «доказательство» понимает только его автор, а всем остальным нужно учиться и учиться.

[46] См., например, интернет издания «Ивлиев Ю.А. Разгадка феномена Великой теоремы Ферма», или Руди Л.В. «Гипотеза Эндрю Била – Это очередная провокация математической мафии против молодежи мира». Подобные развенчания очень подробны, но слишком избыточны, поскольку доводы основных авторов «доказательства» ВТФ Г. Фрая и Э. Вайлса выглядят настолько нелепыми, что ни чем иным, как гипнотическим влиянием нечестивого, невозможно объяснить, как в течение многих лет после 1995 г. почему-то никто из признанных учёных мужей так и не заметил, что вместо доказательства ВТФ нам подсунули нечто совсем другое.

[47] Аналогично примеру Пифагора $3^2+4^2=5^2$ очень простой и красивый пример сложения степеней обнаружил Эйлер: $3^3+4^3+5^3=6^3$. Другие примеры см. в ком-

менее фундаментальная теорема была доказана значительно раньше, чем ВТФ.

Отметим также и тот факт, что ВТФ привлекает к себе особое внимание вовсе не потому, что эта задача простая на вид, но очень трудная для решения. Есть и значительно более простые на вид задачи, которые не то, чтобы решить, но и как подступиться к ним никто толком не знает[48]. ВТФ особенно выделяется среди других задач тем, что попытки найти её решение приводят к бурному росту новых идей, которые становятся импульсами для развития науки. Однако на этом пути было столько всего наворочено, что даже и в очень объёмистых исследованиях всё это не удается систематизировать и объединить[49].

Великие учёные не придавали особого значения построению основ науки, видимо считая такое творчество чисто

ментарии 22 п.2.

[48] Например, проблема бесконечности множества пар простых чисел-близнецов, или задача Гольдбаха о представлении любого чётного натурального числа суммой двух простых чисел. Да и решение самой крутой задачи арифметики об эффективном способе вычисления простых чисел пока ещё очень далеко от совершенства, несмотря на тонны бумаги, затраченной на исследования этой проблемы.

[49] В частности Эдвардс в своей внушительной по объему книге [6], [38] оказался не в курсе того, что задачу Ферма о разложении простого числа типа 4n+1 на сумму двух квадратов решил Гаусс. Но именно эта задача стала своеобразным мостом к последующему открытию ВТФ. Сам Ферма впервые сообщил о ней в письме к Блезу Паскалю от 25.09.1654 г. и это одно из свидетельств того, что из всех своих научных работ ВТФ – это действительно последнее и самое большое его открытие.

формальным делом, но вековые неудачи с доказательством ВТФ указывают на то, что они недооценивали значимость такого рода исследований. Теперь же, когда выяснилось, откуда мог взяться такой эффективный инструмент науки, как метод спуска, а также и другие инструменты, основанные на понимании сущности числа, становится ясно, почему Ферма так явно превосходил в арифметике других математиков, а его оппоненты издавна и до сих пор находятся в полнейшем недоумении от этого очевидного факта.

Здесь мы подходим к тому, что главная причина неудач в поисках доказательства ВТФ кроется в различии подходов к решению задач у Ферма и других учёных, а также в том, что в части основ арифметики даже современная наука не достигла знаний, которыми ещё в те далёкие времена располагал Ферма. Эту ситуацию нужно исправлять, поскольку иначе ВТФ так и будет продолжать дискредитировать всю науку.

В исследованиях на тему ВТФ одним из основных был вопрос о том, какой метод применил Ферма для доказательства этой теоремы? Мнения были самые разные, а чаще всего предполагалось, что это был метод спуска, но тогда сам Ферма вряд ли назвал его «поистине удивительное доказательство». Также не мог он применить и метод Куммера, от которого был получен наилучший результат в доказательстве ВТФ за последние 170 лет. Но может быть у него, кроме метода спуска, были ещё и другие методы?

Да, действительно и об этом в подробностях рассказывает в своем трактате «Новое открытие в искусстве анализа» Жак де Бильи (Jacques de Billy) [36]. Там он подробно излагает методы Ферма, позволяющие ему находить сколько угодно решений в системах из двух, трех и большего числа уравнений, а его предшественники Диофант, Баше и Виет в лучшем случае находили лишь одно решение. После демонстрации методов Ферма для решения двойных равенств Бильи указывает и на главный вывод, который отсюда следует: *Этот род действий служит не только для решения двойных равенств, но и для любых других уравнений*.

Теперь остается лишь выяснить, как можно использовать систему из двух уравнений для доказательства ВТФ? Очевидно, что математики просто не обратили внимания на такую явную подсказку со стороны Ферма или не поняли её смысла. Но для нас-то это не проблема, мы ведь можем заглянуть в тайник и покопаться в «еретических письменах»! Опираясь на то, что нам уже удалось восстановить из работ Ферма, мы можем теперь приступить к раскрытию и этой величайшей тайны науки, указав ещё и на эффективный метод, позволяющий решить проблему доказательства ВТФ.

Как это ни удивительно, суть этого метода оказалась довольно проста. В случае, когда есть столько уравнений, сколько в них неизвестных, то такая система решается путем обычных подстановок. Но если есть лишь одно уравнение с несколькими неизвестными, то бывает очень трудно установить, может ли оно вообще иметь какие-то решения в целых числах. В этом случае числа, предполагаемые как решения, можно выразить в виде ещё одного уравнения, под названием «Ключевая формула», и тогда результат можно получить через решение системы из двух уравнений. Похожие приёмы, когда одни числа выражаются через другие, применялись математиками всегда, но суть ключевой формулы в другом – она формирует именно то число, которое отражает суть проблемы, и это очень упрощает путь к решению исходного уравнения. В таких подходах и методах, опирающихся на понимание сущности числа, собственно, и заключается основное превосходство Ферма над другими учёными[50].

Чтобы стало возможно следовать по тому пути, который когда-то уже был проложен Ферма, нужно найти начальное звено из цепи событий, приводящих к появлению ВТФ, иначе шансов на успех будет крайне мало, т.к. всё остальное уже исхожено вдоль и поперёк. И вот если мы именно так поставим вопрос, то неожиданно обнаружим, что это самое на-

---

[50] Главное и принципиальное отличие методов Ферма от методов других учёных заключается в том, что его методы достаточно универсальны для очень широкого круга задач и не связаны напрямую с конкретной задачей. Как правило, попытки решить задачу начинаются с пробных вычислений и перебором всех возможных вариантов, и те, кто быстрее считает, получают соответственно больше возможностей её решить. У Ферма иной подход, он делает пробы только с той целью, чтобы подвести их под какой-либо подходящий для данной задачи универсальный метод. И как только ему это удаётся, то задача практически решена, причём результат гарантирован даже в том случае, если впереди остается ещё очень большой объём рутинных вычислений. См., например, комментарий 30 в п. 2.

чальное звено ещё с 1670 года было у всех на виду, однако с тех самых пор, никто на него ровным счётом никакого внимания не обращал. А ведь речь идёт о той самой задаче под номером 8 из книги II «Арифметики» Диофанта, к которой и было написано замечание Ферма, ставшее затем знаменитой научной проблемой. Все-то думали, что эта простая на вид задачка никаких сложностей для науки не представляет и только один Ферма был иного мнения и много лет трудился над её решением. В итоге он не только его получил, но в придачу к этому обеспечил своему имени неувядаемую мировую славу.

4.1.2. Задача Диофанта

Книга под названием «Арифметика» Диофанта очень старая, но вероятно она появилась не в III, как это считалось до недавнего времени, а в XIV или XV столетии. По тем временам, когда ещё не было печатных изданий, это был очень внушительный по объёму манускрипт, состоящий из 13 книг, из которых только шесть дошли до нас. В сегодняшнем печатном виде – это совсем небольшая книжка объёмом чуть более 300 стр. [27, 2].

В 1621 году во Франции появилось издание этой книги на греческом языке оригинала с латинским переводом и замечаниями издателя, которым был Баше де Мезириáк (Bachet de Méziriac). Это издание стало основой для работ Ферма по арифметике. Содержание книги составляют 189 задач и для всех даны решения. Среди них есть как довольно простые, так и очень трудные задачи. Но поскольку они решены, то создаётся ложное впечатление о том, что эти задачи не образовательные, а скорее развлекательные, т.е. они нужны не для того, чтобы формировать науку, а для проверки на сообразительность. В те времена по-другому и быть не могло, поскольку даже просто грамотных людей, умеющих читать и писать, было наперечёт.

Однако с точки зрения научной значимости представленных здесь задач и их решений, создание такой книги, не то, что средневековому Диофанту, но и всем учёным за всю обозримую историю было бы абсолютно невозможно. Более того, даже хотя бы должным образом усвоить содержание «Начал» Евклида и «Арифметики» Диофанта стало непосильной задачей для всей нашей науки. Тогда, естественно, возникает вопрос, как же всё-таки авторы этих книг сумели создать такие творения? Конечно, у науки он тоже возникал, но вместо ответа она хранит пока лишь своё гордое молчание. Ну что же, тогда ничто нам и не препятствует высказать здесь свою версию.

По всей видимости, это были каким-то образом сохранившиеся, а затем восстановленные письменные источники знаний погибшей в более ранние времена высокоразвитой цивилизации. Прочитать и восстановить их могли только особо одарённые люди, с экстрасенсорными способностями, позволяющими понимать письменные источники, независимо от носителя и языка, на котором они были изложены. Евклид, который вероятнее всего был царём, задействовал целый коллектив таких людей, а Диофант справился один, так и появилось авторство того и другого, хотя фактически над книгами работали не учёные, а всего лишь переписчики и переводчики.

Но вернёмся теперь к той самой задаче 8 из второй книги «Арифметики» Диофанта:

Данное число в квадрате разложить на сумму двух квадратов.

В примере Диофанта число 16 раскладывается на сумму двух квадратов и его метод даёт одно из решений $4^2=20^2/5^2=16^2/5^2+12^2/5^2$, а также бесчисленное множество других подобных решений[51]. Но ведь это же не решение задачи, а всего лишь доказательство того, что любой целочисленный квадрат сколько угодно раз можно составить из двух квадратов, либо в целых, либо в дробных рациональных числах.

---

[51] В оригинале решение задачи Диофанта следующее. «Пусть надо разложить число 16 на два квадрата. Положим, что 1-й равен x^2, тогда 2-й будет $16–x^2$. Составляю квадрат из некоторого количества x минус столько единиц, сколько их в стороне 16-ти; пусть это будет $2x–4$. Тогда сам этот квадрат равен $4x^2–16x+16$. Он должен равняться $16–x^2$. Прибавим к обеим сторонам недостающее и вычтем подобные из подобных. Тогда $5x^2$ равно $16x$ и x окажется равным 16-ти пятым. Один квадрат 256/25, а другой 144/25; оба сложенных дают 400/25, или 16, и каждый будет квадратом» [2, 27].

Отсюда следует, что практическая ценность метода Диофанта ничтожна, поскольку с точки зрения арифметики дробные квадраты – это бессмыслица типа, скажем, треугольных прямоугольников или чего-то в этом роде. Очевидно, что эта задача должна решаться только в целых числах, но у Диофанта такое решение отсутствует и, естественно, Ферма стремится сам решить эту задачу, тем более что вначале ему она видится совсем не сложной.

Итак, пусть в уравнении $a^2+b^2=c^2$ дано число *c* и нужно найти числа *a* и *b*. Проще всего найти решение, разложив число *c* на простые множители: $c=pp_1p_2\dots p_k$; тогда $c^2=p^2p_1{}^2p_2{}^2\dots p_k{}^2=p^2(p_1p_2\dots p_k)^2=p_i{}^2N^2$

Теперь становится очевидно, что число c^2 раскладывается на a^2+b^2 только в том случае, если хотя бы одно из чисел $p_i{}^2$ также раскладывается на сумму двух квадратов[52]. Так ведь это же замкнутый круг, поскольку нужно опять число в квадрате разложить на сумму двух квадратов. Но ситуация уже совсем иная, т.к. теперь-то нужно раскладывать *простое* число в квадрате и это обстоятельство становится основой для решения поставленной задачи.

---

[52] Если $c^2=p^2N^2$ и p^2, (а также любой другой $p_i{}^2$ из простых множителей c), не раскладывается на сумму двух квадратов, т.е. $p^2=q^2+r$, где число r не есть квадрат, то $c^2=p^2(q^2+r)=(pq)^2+p^2r$, и здесь во всех вариантах чисел q и r получится, что p^2r тоже не есть квадрат, тогда число c^2 также не может быть суммой двух квадратов.

Если решение возможно, то должны существовать такие простые числа, которые раскладываются на сумму двух квадратов и только в этом случае в соответствии с тождеством пифагорейцев можно получить: $p_i^2=(x^2+y^2)^2=(x^2-y^2)^2+(2xy)^2$

т.е. квадрат такого простого числа будет также суммой двух квадратов. Отсюда появляется поистине грандиозное научное открытие Ферма[53]:

Все простые числа типа 4n+1 единственным образом раскладываются на сумму двух квадратов, т.е. уравнение $p=4n+1=x^2+y^2$ *имеет единственное решение в целых числах.*

---

[53] Это открытие впервые изложено в письме Ферма к Мерсенну от 25.12.1640 г. [36, 9]. Здесь же в п. 2-30 сообщается: «*Это же число, (простое типа 4n+1), будучи гипотенузой одного прямоугольного треугольника, будет в квадрате гипотенузой двух, в кубе – трёх, в биквадрате – четырёх и т.д. до бесконечности* ». Это удивительная и совершенно не свойственная Ферма невнимательность. Ведь верное утверждение дано в соседнем абзаце, (п. 2-20). То же самое повторено в замечании Ферма к комментарию Баше к задаче 22 книги III «Арифметики» Диофанта. Но здесь сразу же после этого явно ошибочного утверждения следует верное: «*Это же простое число и его квадрат только одним способом разлагаются на два квадрата; его куб и биквадрат – двумя; квадрато-куб и кубо-куб – тремя и т.д. до бесконечности*». В этом письме Ферма, видимо, ощущал, что здесь что-то не так, поэтому добавил такую фразу: «*Я пишу Вам в такой спешке, что не обращаю внимания на то, что есть ошибки, и опускаю много вещей, о которых я Вам подробно расскажу в другой раз*». Это, конечно, не та ошибка, которая могла бы иметь серьезные последствия, но факт заключается в том, что эта ляпа тиражируется в печатных изданиях и в Интернете уже четвертое столетие подряд! Выходит, что бесчисленное количество публикаций работ Ферма никто ещё ни разу внимательно не читал, ведь иначе появилась бы ещё одна его задача, которая явно не имела бы никакого решения.

А все остальные простые числа, относящиеся к типу 4n−1, не могут быть разложены таким же образом.

В письме-завещании Ферма показано, как это удивительное утверждение может быть доказано методом спуска. Однако доказательство Ферма не сохранилось и эту задачу решил Эйлер, которому пришлось для этого в течение целых семи лет задействовать всю свою интеллектуальную мощь[54]. Теперь уже решение задачи Диофанта выглядит очевидным. Если среди простых множителей числа c нет ни одного относящегося к типу 4n+1, то и число c^2 не может быть разложено на сумму двух квадратов. А если хотя бы одно такое число p_i есть, то через тождество пифагорейцев можно получить:

$c^2= N^2 p_i{}^2=(Nx)^2+(Ny)^2$ где $x=u^2-v^2$; $y=2uv$; $a=N(u^2-v^2)$; $b=N2uv$

Решение получено, однако Ферма оно явно не устраивает, поскольку чтобы вычислить число N, нужно разложить число c на простые множители, а эта задача во все времена считалась едва ли не самой трудной из всех задач в арифметики[55]. Затем нужно ещё вычислить числа x, y, т.е. решить за-

---

[54] Доказательство Эйлера неконструктивно, т.е. оно не дает метода вычисления двух квадратов, из которых состоит простое число типа 4n+1 (см Приложение III). Пока у этой задачи есть только решение Гаусса, но оно получено в рамках очень сложной системы «Арифметики вычетов». Решение, о котором сообщал Ферма, до сих пор остаётся неизвестным. Впрочем, см. комментарий 172 в Приложении IV (Год 1680).

[55] Способы вычислений простых чисел были предметом поисков ещё с древних времен. Наиболее известный способ получил название «Решето Эратосфена».

дачу о разложении простого числа типа $4n+1$ на сумму двух квадратов. Над решением этой задачи Ферма работал почти до конца своей жизни.

Вполне естественно, что, когда есть желание упростить решение задачи Диофанта, появляется и новая идея получения общего решения уравнения Пифагора $a^2+b^2=c^2$ способом, отличным от тождества пифагорейцев. Как это зачастую бывает, новая идея вдруг неожиданно возникает после пережитых сильных потрясений. Видимо, так и случилось в период эпидемии чумы 1652 года, когда Ферма только каким-то чудом удалось выжить, но именно после этого он уже вполне отчётливо представлял себе, как можно решить уравнение Пифагора новым способом.

Впрочем, способ ключевой формулы для Ферма не был новым, но когда он эту формулу вывел и сразу же получил новое решение уравнения Пифагора, то был настолько этим поражён, что долго не мог прийти в себя. Ведь до этого для получения одного решения нужно задать в тождестве пифагорейцев два целых числа, а при новом способе получается, как минимум три решения, если задать только одно целое

Многие другие способы также были разработаны, но широкого применения не получили. Сохранился обрывок письма Ферма с описанием созданного им метода – письмо LVII 1643 г. [36]. В п.7 письма-завещания он отмечает: «*Я признаюсь, что моё изобретение для установления того, будет ли данное число простым или нет, несовершенно. Но у меня есть много путей и методов для того, чтобы сократить число делений и значительно их уменьшить, облегчая обычную работу*». См. также п. 5.1 с комментариями 73-74.

число.

Но самое удивительное здесь то, что применение этого нового способа не зависит от показателя степени и его можно применить для решения уравнения с более высокими степенями, т.е. вместе с уравнением $a^2+b^2=c^2$ можно решать таким же способом и $a^n+b^n=c^n$ с любыми степенями $n>2$.

Чтобы получить итоговый результат оставалось преодолеть лишь некоторые технические трудности, с которыми Ферма справился успешно. Вот так и появилось ставшее знаменитым его замечание к задаче 8 книги II «Арифметики» Диофанта:

Cubum autem in duos cubos, aut quadrato-quadratum in duos quadrato-quadratos, et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duas eiusdem nominis fas est dividere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

См. рис. 3 и перевод в конце п. 1.

4.2. Доказательство Ферма

Представленное здесь реконструированное доказательство ВТФ содержит неизвестные сегодняшней науке новые открытия. Однако от этого оно ничуть не становится трудным для понимания. Наоборот, именно эти открытия и позволяют решить эту проблему наиболее просто и доступно. Сам феномен недоказуемой ВТФ вообще не появился бы, если бы Французская Академия наук была создана ещё при жизни П. Ферма. Тогда он стал бы академиком и публиковал свои научные исследования, а среди его теорем во всех учебниках по арифметике была бы и вот такая самая обычная теорема:

Для любого заданного натурального числа $n>2$ *не существует ни одной тройки натуральных чисел* a, b, c *согласно уравнению*

$a^n + b^n = c^n$ (1)

Для доказательства этого утверждения, предположим, что числа a, b, c, удовлетворяющие (1), существуют и тогда, исходя из этого, мы можем получить все без исключения решения этого уравнения в общем виде. С этой целью мы задействуем метод ключевой формулы, при котором к исходному уравнению добавляется ещё одно уравнение, чтобы стало возможно получить решение (1) в системе из двух уравнений. В нашем случае ключевая формула имеет вид:

$a + b = c + 2m$ (2)

где m натуральное число.

Для получения формулы (2) отмечаем, что $a \neq b$, т.к. иначе $2a^n = c^n$, что очевидно невозможно. Следовательно, $a<b<c$ и можно констатировать, что $(a^{n-1}+b^{n-1})>c^{n-1}$, откуда $(a+b)>c$. Поскольку в (1) случаи с тремя нечётными a, b, c, а также с одним нечётным и двумя чётными невозможны, то числа a, b, c могут быть либо все чётные, либо два нечётных и одно чётное. Тогда из $(a+b)>c$ следует формула (2), где число 2m чётное[56].

Вначале проверим действенность метода для случая n=2, или уравнения Пифагора $a^2+b^2=c^2$. Здесь действует ключевая формула (2) и можно получить решение системы уравнений (1), (2), если сделать подстановку одного в другое. Чтобы её упростить, возведём в квадрат обе стороны (2), чтобы сделать числа в (1) и (2) соразмерными. Тогда (2) принимает вид:

$\{a^2+b^2-c^2\}+2(c-b)(c-a)=4m^2$ (3)

Подставляя уравнение Пифагора в (3), получаем:

$A_iB_i=2m^2$ (4),

где с учетом формулы (2): $A_i=c-b=a-2m$; $B_i=c-a=b-2m$

---

[56] Ферма обнаружил формулу (2) после преобразования уравнения Пифагора в алгебраическое квадратное уравнение см. Приложение IV рассказ *Год 1652*. Однако алгебраическое решение не даёт понимания сути полученной формулы. Впервые этот способ был опубликован в 2008 г. [30].

(5)

Теперь раскладываем на простые множители число $2m^2$, чтобы получить все варианты A_iB_i. Для простых чисел m всегда есть только три варианта: $1\times 2m^2=2\times m^2=m\times 2m$. В этом случае $A_1=1$; $B_1=2m^2$; $A_2=2$; $B_2=m^2$; $A_3=m$; $B_3=2m$. Поскольку из (5) следует $a=A_i+2m$; $b=B_i+2m$; а из (2) $c=a+b-2m$; то в итоге получаем три решения:

1. $a_1=2m+1$; $b_1=2m(m+1)$; $c_1=2m(m+1)+1$
2. $a_2=2(m+1)$; $b_2=m(m+2)$; $c_2= m(m+2)+2$ (6)
3. $a_3=3m$ $b_3=4m$; $c_3=5m$

Уравнения (6) являются решениями уравнения Пифагора для любого натурального числа m. Если же число m составное, то соответственно увеличивается и число решений. В частности, если m состоит из двух простых множителей, то число решений возрастает до девяти[57].

Таким образом, мы имеем новый способ вычисления всех без исключения троек чисел Пифагора, задавая при этом только одно число m, вместо двух чисел, которые нужно задавать в тождестве пифагорейцев. Однако полезность этого метода только этим не исчерпывается, поскольку эта же ключевая формула (2) действительна и для получения общего решения уравнений с более высокими степенями.

---

[57] Например, если $m=p_1p_2$, то кроме первых трех решений будут ещё другие:$A_4=p_1$; $B_4=2p_1p_2^2$; $A_5=p_2$; $B_5=2p_1^2p_2$; $A_6=2p_1$; $B_6=p_1p_2^2 A_7=2p_2$; $B_7=p_2p_1^2$; $A_8=p_1^2$; $B_8=2p_2^2$; $A_9=p_2^2$; $B_9=2p_1^2$

Используя способ получения решений (1) для случая n=2, можно точно также получить решения и для степеней n>2, выполнив подстановку (1) в (2), и возведя предварительно обе стороны (2) в степень n. Чтобы это можно было сделать, выведем вначале следующую формулу[58]:

$(x+y)^n=z^n=zz^{n-1}=(x+y)z^{n-1}=xzz^{n-2}+yz^{n-1}=$

$=x(x+y)z^{n-2}+yz^{n-1}=x^2zz^{n-3}+y(z^{n-1}+xz^{n-2})+\ldots$

$(x\pm y)^n=z^n=x^n\pm y(x^{n-1}+x^{n-2}z+x^{n-3}z^2+\ldots+xz^{n-2}+z^{n-1})$ (7)

Назовём выражение в скобках, состоящее из n слагаемых, «симметричный полином» и будем представлять его в виде $(x{+}{+}z)_n$ как сокращённый вариант написания. Теперь по формуле (7) возведём обе стороны формулы (2) в степень n следующим образом.

$[a-(c-b)]^n=a^n+\{b^n-c^n+(c^n-b^n)\}-(c-b)[a^{n-1}+a^{n-2}2m+\ldots+$
$a(2m)^{n-1}+(2m)^{n-1}]=(2m)^n$

Затем посредством тождества

$(c^n-b^n)=(c-b)(c^{n-1}+c^{n-2}b+\ldots+cb^{n-2}+b^{n-1})$, получаем:

$\{a^n+b^n-c^n\}+(c-b)[(c{+}{+}b)_n-(a{+}{+}2m)_n]=(2m)^n$ (8)

Уравнение (8) является формулой (2), возведённой в сте-

[58] Формула (7) называется «Бином Ферма». Любопытно, что это же название появилось в 1984 году в романе советского писателя-фантаста Александра Казанцева «Острее шпаги». Эта формула не является тождеством, т.к. в отличие от тождества бинома Ньютона, в ней, кроме слагаемых присутствует отдельным числом ещё их сумма, однако с помощью Бинома Ферма легко вывести многие полезные тождества, в частности, разложение на множители суммы и разности двух одинаковых степеней [30].

пень n, в чём можно убедиться, если подстановкой $c-b=a-2m$ в (8) получить тождество[59]:

$$\{a^n+b^n-c^n\}+(c^n-b^n)-[a^n-(2m)^n]=(2m)^n \quad (9)$$

В этом тождестве натуральные числа a, b, c, n, m, естественно, могут быть любыми. Вопрос только в том, есть ли среди них такие, что $\{a^n+b^n-c^n\}$ равно нулю? Однако аналогия с решением уравнения Пифагора на этом и заканчивается, т.к. подстановка (1) в (8), никак не обоснована. И действительно, при подстановке (1) в (3) хорошо известно, что уравнение Пифагора имеет сколько угодно решений в натуральных числах, а для случаев $n>2$ такого факта нет ни одного. Следовательно, не исключается подстановка в (8) несуществующего уравнения (1), что должно привести к противоречиям.

Тем не менее, такая подстановка легко выполнима и в итоге получится уравнение, очень похожее на (4), которое даёт решения уравнения Пифагора. Учитывая это обстоятельство, мы в качестве пробы всё-таки подставим (1) в (8), но

---

[59] В данном случае тождество (9) свидетельствует о том, что в преобразованную ключевую формулу (2) подставляется эта же ключевая формула, или что полученное нами уравнение (8) есть ключевая формула (2), возведённая в степень n. Но можно идти и обратным путём, просто дать тождество (9), а затем разложить в нём на множители разности степеней и так можно получить (8) без использования «Бинома Ферма» (7). Но этот путь может быть уловкой, чтобы скрыть понимание сути, ведь когда некое тождество как бы падает с неба, то вроде бы и возразить-то нечего. Однако, если заученно идти по этому пути, то есть риск разоблачения в непонимании сути, т.к. вопрос о способе получения тождества, может остаться без ответа.

при этом модифицируем (8) так, чтобы за квадратные скобки был вынесен ещё один множитель (с–а) [60]. Тогда получим:

$A_iB_iE_i=(2m)^n$ (10)

где A_i = с–b=a–2m; B_i=c–a=b–2m; E_i – полином степени n–2.

Уравнение (10) является призраком, который видится явно только на фоне предположения, что число $\{a^n+b^n-c^n\}$ сокращено при подстановке (1) в (8). Но стоит его хотя бы один раз тронуть, как оно сразу рассыпается в прах. Например, если

$A_i\times B_i\times E_i=2m^2\times 2^{n-1}m^{n-2}$

то как один из вариантов может быть такая система

---

[60] Учитывая, что c–a=b–2m, выражение в квадратных скобках уравнения (8) можно преобразовать следующим образом: $(c ++ b)_n - (a ++ 2m)_n = c^{n-1} - a^{n-1} + c^{n-2}b - a^{n-2}2m + c^{n-3}b^2 - a^{n-3}(2m)^2 + \ldots + b^{n-1} - (2m)^{n-1}$; $c^{n-1} - a^{n-1} = (c-a)(c++a)_{n-1}$; $c^{n-2}b - a^{n-2}2m = 2m(c^{n-2} - a^{n-2}) + c^{n-2}(b - 2m) = (c - a)[2m(c ++ a)_{n-2} + c^{n-2}]$; $c^{n-3}b^2 - a^{n-3}(2m)^2 = (2m)^2(c^{n-3} - a^{n-3}) + c^{n-3}(b^2 - 4m^2) = (c - a)[4m^2(c++a)_{n-3} + c^{n-3}(b + 2m)]$; $b^{n-1} - (2m)^{n-1} = (b - 2m)(b ++ 2m)_{n-1} = (c - a)(b ++ 2m)_{n-1}$; Все разности чисел, кроме первой и последней, можно задать в общем виде: $c^xb^y - a^x(2m)^y = (2m)^y(c^x-a^x) + c^x[b^y-(2m)^y] = (c - a)(c ++ a)_x(2m)^y + (b - 2m)(b ++ 2m)_yc^x = (c - a)[(c++a)_x(2m)^y+(b++2m)_yc^x]$; И отсюда понятно, каким образом число (c – a) выносится за скобки. Аналогично можно вынести за скобки множитель a+b=c +2m. Но это возможно только для нечётных степеней n. В этом случае уравнение (10) будет иметь вид $A_iB_iC_iD_i = (2m)^n$, где A_i = c–b = a –2m; B_i = c – a = b – 2m; C_i = a + b = c + 2m; D_i – полином степени n – 3 [30].

$A_iB_i=2m^2$

$E_i=2^{n-1}m^{n-2}$

В этом случае, как мы уже установили выше, из $A_iB_i=2m^2$ следует, что для любого натурального числа m решениями уравнения (1) должны быть числа Пифагора. Однако при n>2, эти числа явно не подходят, а проверить какой-то другой случай уже нет никакой возможности, т.к. в данном случае, (как и при любом другом варианте отсутствия решений), другая подстановка будет уже точно неправомерна и уравнение-призрак (10), из которого только и можно получить решения, исчезает [61]. Поскольку прецедент с неудачной попыткой получения решений уже создан, то можно не сомневаться в том, что и все другие попытки получить решения из (10) будут неудачными, из-за того, что как минимум в одном случае условие $\{a^n+b^n-c^n\}=0$ не выполняется, т.е. уравнение (10) получено подстановкой несуществующего урав-

---

[61] Уравнение (10) может существовать только если выполняется (1), т.е. $\{a^n+b^n-c^n\}=0$, поэтому любой вариант с отсутствием решений приводит к исчезновению этого уравнения-призрака. И в частности, не проходит «опровержение» о том, что неправомерно искать решение при любых комбинациях множителей, поскольку $A_iB_i = 2m^2$ может противоречить $E_i = 2^{n-1}m^{n-2}$, когда приравнивание E_i к целому числу не всегда даёт целые решения из-за того, что полином степени n−2, (остающийся после выноса за скобки множителя c−a), может в этом случае не состоять только из целых чисел. Однако этот довод не опровергает сделанный вывод, а наоборот усиливает его ещё одним противоречием, т.к. E_i состоит из тех же чисел, (a, b, c, m) что и A_i, B_i, где нецелых чисел быть не может.

нения Ферма (1) в ключевую формулу (2). Следовательно, натуральные числа a, b, c, удовлетворяющие уравнению (1) при $n>2$, не могут существовать, и Великая теорема Ферма доказана.[62]

Итак, теперь мы имеем восстановленное авторское доказательство самой знаменитой теоремы Ферма. В нём есть интересные идеи, но в то же время нет ничего такого, что для науки могло быть недоступно в течение более трёхсот лет. Также и с точки зрения трудности понимания его сути оно тянет от силы на 8-й класс средней школы. Несомненно и то, что ВТФ является очень важной составной частью теории чисел. Однако нет никаких видимых причин тому, чтобы эта задача на века стала неразрешимой проблемой, даже несмотря на то, что в поисках её решения приняли участие миллионы профессиональных учёных и любителей. Только и остаётся теперь сокрушаться – вот ведь какой он, этот нечестивый!

---

[62] В данном доказательстве было вполне логично указать такую комбинацию множителей в уравнении (10), из которой следуют числа Пифагора. Однако есть и множество других возможностей получить такой же вывод из этого уравнения. Например, в [30] дан целый десяток различных вариантов и при желании можно найти ещё больше. Легко показать, что уравнение Ферма (1) невыполнимо также и для дробных рациональных чисел, т.к. в этом случае их можно привести к общему знаменателю, который затем сократить. Тогда получится случай решения уравнения Ферма в целых числах, но уже доказано, что это невозможно. В этом доказательстве ВТФ задействованы новые открытия, не известные сегодняшней науке – это метод ключевой формулы (2), новый способ решения уравнения Пифагора (4), (5), (6), и формула Бинома Ферма (7) … да, конечно же, ещё и волшебные числа из п. 4.4!!!

После того как с восстановлением доказательства ВТФ всё завершилось так благополучно, многие будут разочарованы, т.к. теперь сказке конец, тема закрыта и ничего здесь интересного не осталось. Но так было раньше, когда в арифметике были только ребусы, а мы-то знаем, что это не так, поэтому для нас сказка не только не закончилась, а даже ещё и не началась! Ведь мы пока раскрыли секрет только двух записей Ферма из шести, восстановленных нами в начале нашего исследования. Чтобы это стало возможно, мы совершили остросюжетный исторический экскурс, в котором ВТФ была путеводителем экстра класса. Это путешествие подвигло нас задействовать наши возможности и заглянуть в эти запретные «еретические письмена» Ферма, чтобы сделать, наконец-то, истинную науку в лице самой фундаментальной дисциплины арифметики, доступной для нашей разумной цивилизации и позволяющей ей на этом сверхпрочном фундаменте развиваться и процветать так, как никогда прежде.

Мы можем честно признаться, что пока ещё не всё, что находится в тайнике Ферма, доступно и понятно для нас. Более того, мы не можем даже определить, где находится это место. Но и заявлять, что всё, что мы здесь рассказываем – это только наше, было бы явно несправедливо и нечестно. Да нам просто бы никто тогда и не поверил. С другой стороны, если бы всё было так просто, то это было бы совсем никому и не интересно. Самое плохое, что можно было бы сделать – это раскрыть всё содержание тайника Ферма, чтобы о нём все забыли сразу после прочтения.

Мы поступим по-другому. Если что-то и будет раскрыто, то лишь для того, чтобы дать возможность узнать о ещё более сокровенных тайнах науки, которые не просто сделают всех умнее, а укажут лучшие способы решения насущных проблем. На примере решения проблемы ВТФ в этом будет совсем нетрудно убедиться, поскольку именно с её решением наука получает такую надёжную точку опоры, что сможет выполнять с целыми степенями всё, что пожелает. В частности, она запросто вычислит сколько угодно таких целых степеней, которые в сумме или в разности опять-таки дадут целую степень. То, что сейчас такую работу может перелопачивать только компьютер, для современной науки очень стыдно, ведь эта задачка слишком проста даже для детей.

Наиболее смышлёные из них явно предпочтут, чтобы взрослые попросили их разъяснить что-то более трудное, например, доказательство ВТФ, которое в их времена было совершенно им недоступно. Дети, естественно, не преминут поозорничать и будут важничать как великосветские вельможи, при ответах на глупые вопросы взрослых поучая и указывая им, что кое кому не мешало бы ещё кое чему и подучиться. Но это будут ещё только цветочки. А вот дальше изумление взрослых станет просто неописуемым, когда они узна́ют, что дети повадились подсматривать и списывать всё, что их интересует прямо из тайника Ферма! Ведь в их-то возрасте они ещё не осознают своих возможностей и им кажется, что это совсем нетрудное дело.

Впрочем, если бы они не читали интересные книжки про науку, то такая идея им бы и в голову не пришла. Но когда они узна́ют, что кто-то так делает, то обнаружат, что у них это получается совсем не хуже, если даже не лучше! Не верите? Ну что же, всем желающим убедиться в этом такая возможность сейчас представится. Правда, остаётся ещё одна маленькая деталь. Ферма в своих «еретических письменах», хоть и указал, что три простенькие теоремы для детей, которые он специально для них и подготовил, нужно ещё снабдить доказательствами, но пока у него для этого нет времени, тем не менее твёрдо пообещал, что как только оно у него появится, то он непременно и обязательно это сделает.

Но видимо недосуг ему было, и он так не успел добавить нужные записи. А может быть он и передумал, т.к. не хотел лишать детей радости самим научиться решать как раз такие задачки, которые взрослым не по силам. Если дети даже не справятся, то кто же упрекать-то будет за это. А вот если справятся, то никуда уж взрослые не денутся и много-много подарков им тогда принесут!

4.3. Теоремы о волшебных числах

Приведенное выше доказательство ВТФ не только соответствует оценке Ферма как «поистине удивительное», но и является конструктивным, поскольку оно позволяет вычислять новым способом как числа Пифагора, так и другие особые числа, что демонстрируют следующие теоремы.

Теорема 1. *Для любого натурального числа n можно вычислить сколько угодно троек из разных натуральных чисел* a, b, c, *таких, что* $n=a^2+b^2-c^2$. Например,

$n=7=6^2+14^2-15^2=28^2+128^2-131^2=568^2+5188^2-5219^2=$

$=178328^2+5300145928^2-5300145931^2$ и т. д.

$n=34=11^2+13^2-16^2=323^2+3059^2-3076^2=$

$=247597^2+2043475805^2-2043475820^2$ и т. д.

Смысл этой теоремы в том, что если существует бесконечное множество пифагоровых троек, образующих число ноль в виде: $a^2+b^2-c^2=0$; то ничто не мешает создавать таким же образом и любое другое целое число. Из текста теоремы следует, что числа с такими свойствами «можно вычислить», поэтому она очень полезна для использования её в целях обучения детей в школе.

Мы в данном случае не поступим опрометчиво и не дадим ни здесь, ни где-нибудь в другом месте доказательства этой теоремы, но вовсе не потому, что хотим сохранить его в секрете. Более того, мы будем рекомендовать и для школьных учебников или других книг, (если, конечно, она там появится), не раскрывать доказательство, т.к. иначе её образовательное значение будет утрачено, а дети, которые могли бы проявить здесь свои способности, лишатся такой возможности. С другой стороны, если бы доказательство ВТФ оставалось бы неизвестным, то теорема 1 была бы очень трудной, но поскольку это теперь не так, то даже не очень способные ученики быстро догадаются как её доказать и, как только они это сделают, то легко выполнят приведенные выше вычисления. Тем более не может быть проблемой такая задача для учителей, поэтому помещать доказательство в учебниках будет методологической ошибкой. Также нужно поступить и с теоремами 2 и 3, которые будут уже для настоящих волшебников, а потому и значительно более трудные. Ключ к их доказательству находится в доказательстве теоремы 1, причём он лежит там на виду буквально у всех под носом, но он так искусно скрыт от непосвящённых, что увидеть его дано не всем. Если же не последовать нашей рекомендации и доказательства теорем 1, 2, 3 опубликовать в учебниках, то дети уже не смогут сами своими силами разгадать секрет волшебной сказки. Итак, из теоремы 1 теперь следует:

Конец ознакомительного фрагмента.