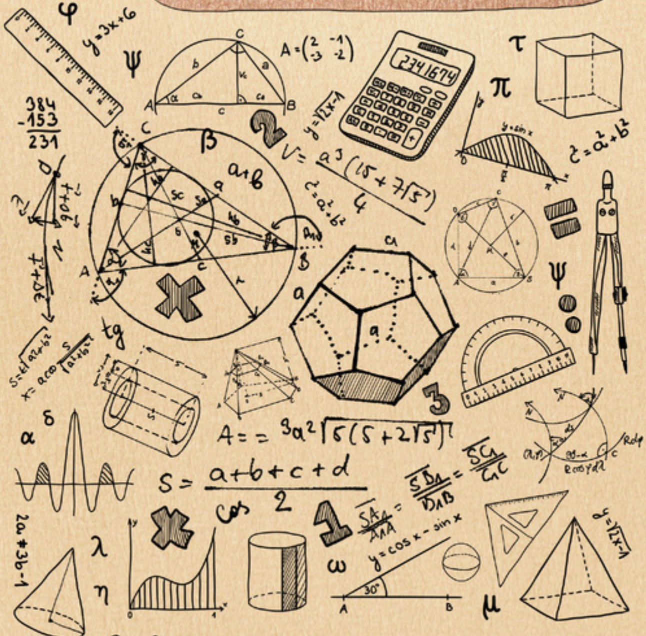
МАТЕМАТИКА
для «гиков»



От бутылки Клейна до теории хаоса

РАФАЕЛЬ РОУЗЕН

Рафаель Роузен

Математика для гиков

Текст предоставлен правообладателем
http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=22150713
Математика для гиков: АСТ; Москва; 2016
ISBN 978-5-17-096852-7

Аннотация

Возможно, вам казалось, что вы далеки от математики, а все, что вы вынесли из школы – это «Пифагоровы штаны во все стороны равны». Если вы всегда думали, что математика вам не понадобится, то пора в этом разубедится. В книге «Математика «для гиков» Рафаэля Розена вы не только узнаете много нового, но и на практике разберете, что математикой полон каждый наш день – круглые крышки люков круглы не просто так, капуста Романеско, которая так привлекает наш взгляд, даже ваши шнурки, у которых много общего с вашей ДНК или даже ваша зависть в социальных сетях имеет под собой математические корни. После прочтения вы сможете использовать в разговоре такие термины как классификация Дьюи, Числа Фибоначчи, равновесие Нэша, парадокс Монти Холла, теория хаоса, подготовитесь к тексту Тьюринга, узнаете, как фильм получает Оскар, и что это за эффект бразильского ореха.

Содержание

Рафаель Роузен
Математика для гиков

* * *

Посвящается Натаниэлю, Джолине и всем остальным членам моей семьи

Благодарность

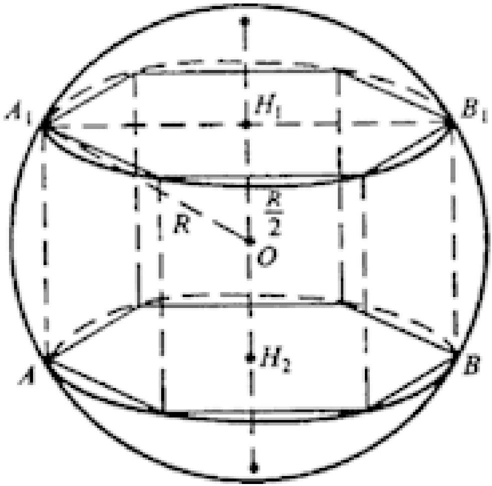
Я бы не смог написать эту книгу без помощи множества людей. Я бы хотел выразить особую благодарность профессору математики в Университете штата Канзас Дэйву Окли, а также президенту Математической ассоциации Америки и профессору математики в колледже Харви Мадд Френсису Су за их время и помощь. Когда я потерялся в математических дебрях, их простые объяснения помогли мне найти из них выход. И конечно, я хотел бы поблагодарить моих редакторов, которые поддерживали меня на протяжении всего писательского процесса.

Я также хочу выразить благодарность Джолине и Натаниэлю за их терпение, пока я часами работал над завершением данного проекта. Моя любовь к вам безгранична.

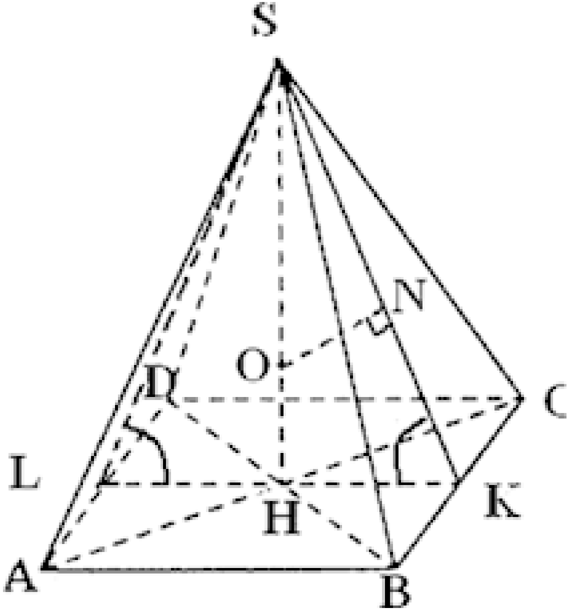
0. Вступление

0.1. Что значит быть помешанным на математике?

Возможно, вам нравились уроки математики в школе, а сейчас вы разгадываете логические головоломки в свободное время. А может, вас заинтересовали разные отсылки к математике из поп-культуры – *Доказательство, Числа, Игра в имитацию, Игры разума* – и вы хотите узнать о ней больше. Может быть, вы инженер или физик и ежедневно используете сложные математические принципы. Возможно, вам сложно дается понимание этой науки, но вы стремитесь хоть одним глазком взглянуть на мир, который многие люди считают завораживающим. А может, вы своего рода гик: в конце концов, существует столько же разновидностей математических гиков, сколько и различных теорем.

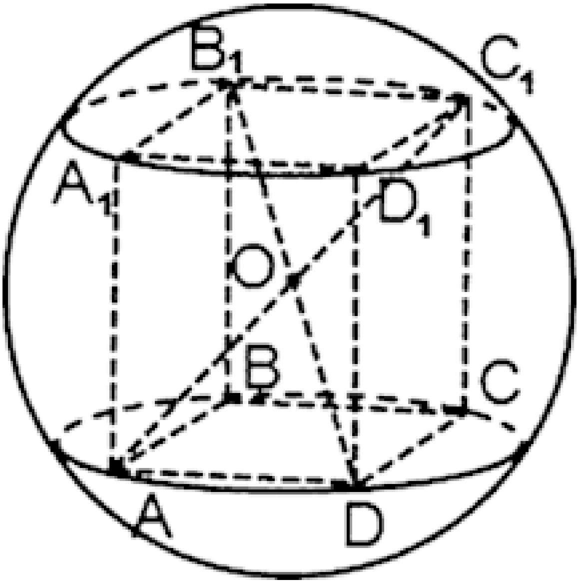


Кем бы вы ни были, на страницах этой книги я надеюсь показать, что математика – это не только ряд механических упражнений, которые вы выполняете в классе. Вам не придется ничего запоминать, и никакого теста в конце не будет. Я надеюсь убедить вас, что математика – это то, что встроено в структуру реальности: коллекция фигур, примеров, чисел, доказательств и, скажем, маленьких сокровищ. Математика находится в воздухе, которым вы дышите, на тротуарах, по которым вы ходите, и в автобусах, на которых вы каждое утро добираетесь до работы. Что это значит? Чтобы узнать это, вам придется продолжить чтение.

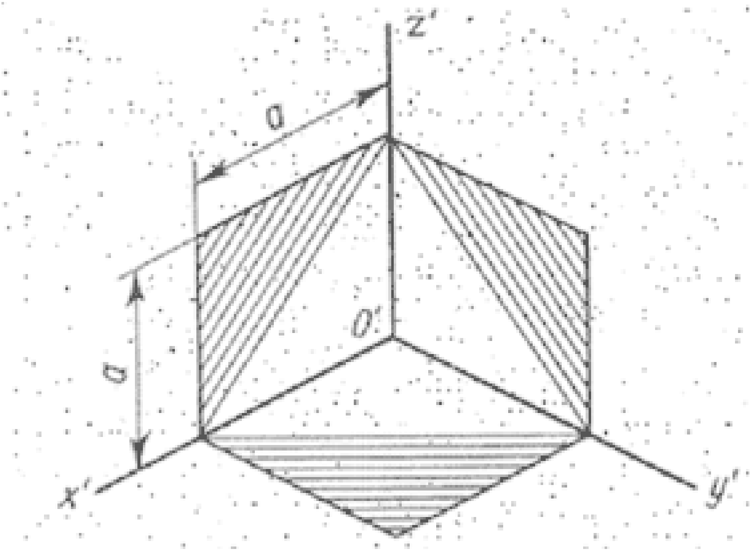


Кроме того, что я хочу показать, что математика – это живая составляющая мира, в котором мы живем, я также надеюсь убедить вас, что математика прекрасна. Я не имею в виду, что уравнения хорошо смотрятся на бумаге или что знаки «плюс» и «минус» похожи на каллиграфию. Я говорю о том, что изучение математики похоже на любование закатом, на чтение стихотворения или на прослушивание вашей любимой группы. В математике есть красота, от которой может перехватить дыхание. Вы когда-нибудь выходили из кинотеатра после потрясающей драмы, которая полностью захватила ваше сознание актерской игрой, декорациями и операторской работой? Хотите верьте, а хотите нет, но математика именно такая и есть. Некоторые математики даже убеждают, что эта наука должна быть включена в список культурных эталонов, куда входят Шекспир, Моцарт и Микеланджело. Эти математические знатоки считают, что все люди должны изучать математику, так как не изучение ее было бы преступлением, которое можно приравнять к не чтению *Гамлета*. Другими словами, люди не должны изучать математику, только чтобы получить хорошую оценку на экзамене. Вместо этого они должны изучать ее, чтобы обогатить свою жизнь.

Наше путешествие по поиску математики в нашей повседневной жизни приведет нас от пиццы к пончикам, от онлайн-покупок к системе навигации в наших смартфонах. Мы ближе ознакомимся с ситуациями, когда вы целую вечность стоите на остановке, но автобусов так и нет, а потом вдруг два или три автобуса приезжают одновременно. Мы остановимся на изучении странных овощей из вашего ближайшего супермаркета и поймем, как музыка преобразовывается в файл на вашем iPod. Мы даже разберемся с тем, почему дополнительные дороги могут только ухудшить пробки.



Как только вы узнаете об этих завораживающих математических понятиях, которые скрываются в мире вокруг, вы начнете ценить эту науку еще больше, настолько, что сможете поделиться этим с другим пассажиром, когда автобус будет опаздывать… опять.


z′
a
a
O′
x′
y′

1. Часть 1. Фигуры

1.1. Красота капусты Романеско

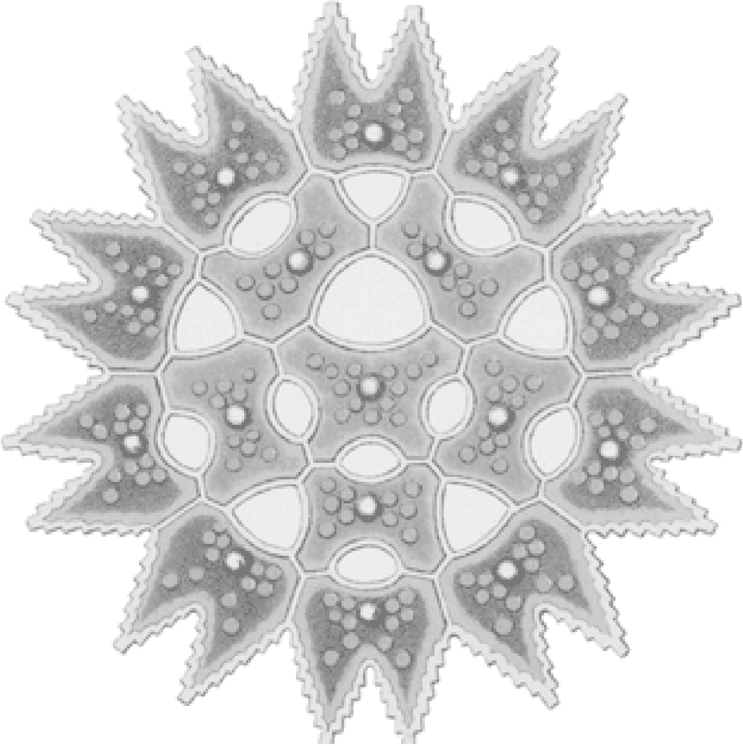
Математическое понятие: самоподобие

Вы когда-нибудь рассматривали фрукты и овощи в местном супермаркете? Некоторые из них выглядят просто жутко: например, желтый цитрон пальчатый выглядит как осьминог из произведения Г. Ф. Лавкрафта. Другие же странным образом прекрасны. Сладкий картофель обладает замечательной неоднородной формой, похожей на бесформенные глыбы земли; в луке есть такие же кольца, которые можно найти в стволах деревьев; а если разрезать яблоко поперек, можно увидеть, что семена расположены в форме звезды. Это каким-то чудным образом доставляет удовольствие. Даже декоративная капуста – которая продается в садовых магазинах – имеет особую геометрическую привлекательность.

Но ничто не может сравниться по красоте в овощном отделе с капустой романеско. На самом деле, от нее трудно отвести взгляд. Романеско – это один из сортов *Brassica oleracea,* или просто капусты, она имеет форму сосновой шишки, но на ее поверхности находится изобилие других шишек меньшего размера, а на поверхности этих меньших шишек находятся еще шишки и так далее. Каждая шишка меньшего размера выглядит как и исходная, самая большая шишка, так что если вы решите срезать с изначальной шишки маленькую шишку и сфотографируете ее, а потом положите это изображение рядом с фотографией целого соцветия, то вы просто не сможете определить, где какая шишка.

Математики скажут, что форма капусты романеско самоподобна. Если вы увеличите изображение капусты и внимательно присмотритесь к деталям, то увидите то же самое, что бы вы увидели, не увеличивая это изображение. При самоподобии объект выглядит одинаково, несмотря на его масштаб. Это также отличительная черта фракталов, которые изучал математик Бенуа Мандельброт, благодаря которому они получили широкую известность. Его книга «Фрактальная геометрия природы» (1982) помогла представить этот вид объектов миру. (Эта книга, по сути, стала переработкой его книги «Фракталы: форма, случайность и размерность» 1977 года.) Мандельброт выявил множество форм в природе, которые имели самоподобную структуру: изрезанная береговая линия, облака и изысканный узор жилок в листьях. Кажется, что природа любит самоподобные формы; чем больше вы будете их искать, тем больше вы их найдете.

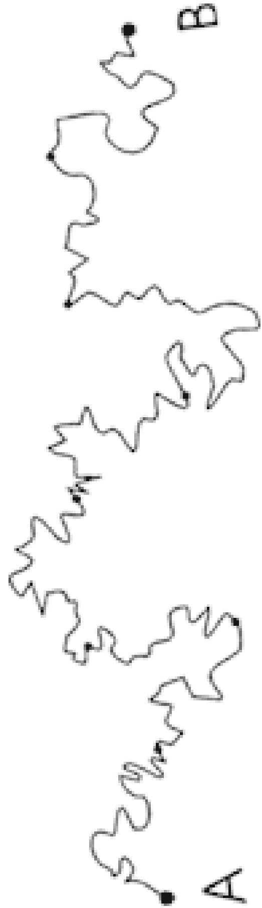
Бенуа Мандельброт также изучал то, что сейчас называется множеством Мандельброта, это множество комплексных чисел в последовательности, которая не уходит в бесконечность. Когда вы изображаете множество Мандельброта на графике, оно приобретает округлую выпуклую форму, которая интересна математикам отчасти оттого, что чем больше вы увеличиваете какую-то часть, тем больше деталей вы видите. На самом деле, когда вы увеличиваете изображение, вы вновь и вновь начинаете видеть исходную форму множества Мандельброта.



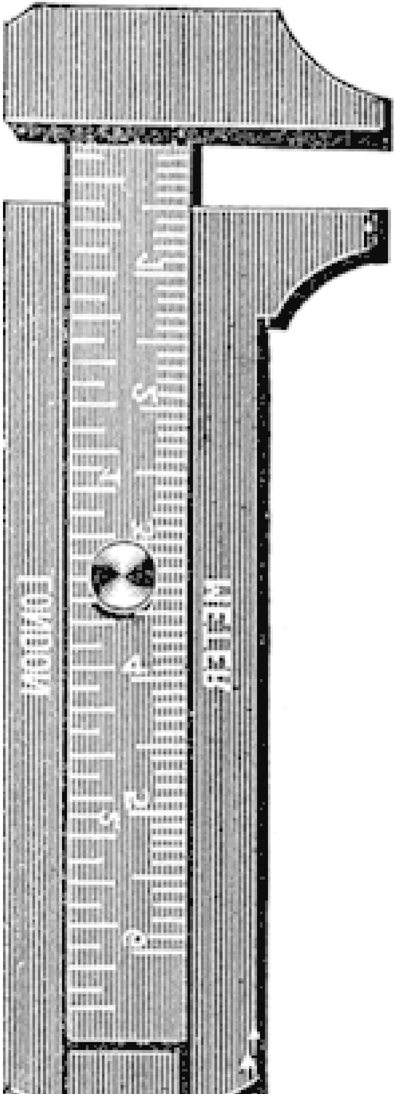
1.2. Измеряем длину береговой линии: не так просто, как кажется

Математическое понятие: система измерений

Что может быть проще измерения длины чего-либо? Если мы, например, хотим узнать длину стола, то для этого можно использовать рулетку. Если мы хотим узнать дистанцию от одного города до другого, мы можем записать показания одометра в машине. Или можно взять карту и с помощью линейки высчитать дистанцию между двумя городами, а потом, используя масштаб карты, перевести сантиметры в километры или дюймы в мили.



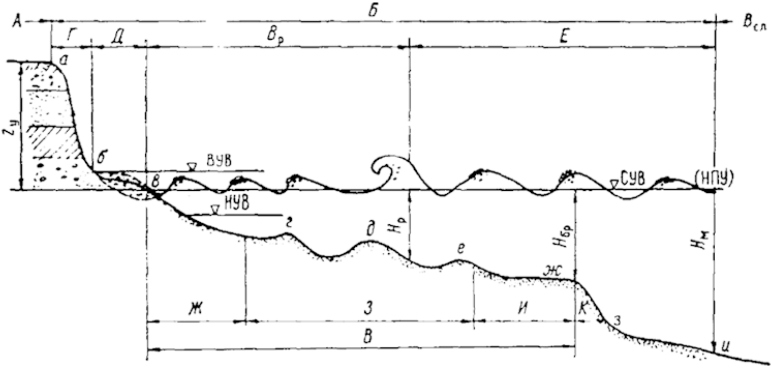
Но вот измерение береговой линии – это более сложный процесс. Оказывается, что длина каждой отдельно взятой береговой линии зависит от длины устройства, которое используется для ее измерения. Как правило, чем меньше измерительное устройство, тем длиннее береговая линия. Теоретически, по мере того, как измерительное устройство становится все меньше и меньше, длина береговой линии увеличивается до бесконечности. Как такое возможно?



Как и многие другие формы в природе, береговые линии имеют изрезанную и неправильную форму. Таким образом, чем ближе вы рассматриваете ее, тем больше деталей замечаете. Например, если бы вы смотрели на Северную Америку с высоты спутника, то береговая линия казалась бы относительно гладкой, без особых отличительных черт. Но если вы сами идете по береговой линии, помимо всего прочего, вы замечаете узкие заливы, небольшие выступы берега и камни. А если вы опуститесь на колени, то сможете разглядеть каждый камешек и листик. Если вы воспользуетесь микроскопом, то ваши измерения дойдут и до молекул. На каждом новом уровне детализации ваши единицы измерения уменьшаются от километра до метра, от сантиметра до микрометра; и каждый раз территория измерения увеличивается. Если бы вам надо было измерить береговую линию Великобритании, используя палку длиной 100 км (около 62 миль), то конечная длина составила бы более 2800 км (примерно 1700 миль). Но если бы вы уменьшили палку до 50 км (31 миля), новая длина береговой линии составила бы 3400 км (2100 миль).

Парадокс береговых линий показывает, что хотя математика может предоставить измерения с необыкновенной точностью, она также может показать неопределенность, свойственную самой структуре реальности.

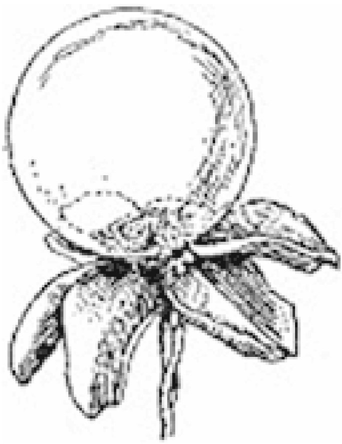
Побережье Канады – самая длинная в мире береговая линия, примерно 152 100 миль. Но вы только представьте, насколько она была бы длиннее, если бы ее измерили рулеткой.



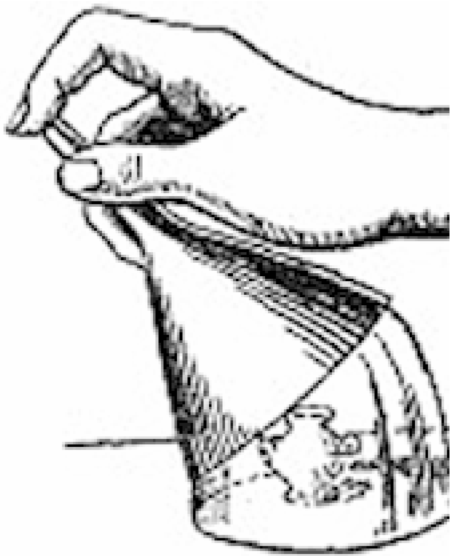
1.3. Пузыри забавны и эффективны

Математическое понятие: объем

Представьте солнечный день в парке в самый разгар лета. Вполне возможно, там есть ребенок, который пускает мыльные пузыри. Неважно, пускаете ли вы их с помощью пластиковой палочки или большого обруча, сделанного из соломинок и веревки, мыльные пузыри – с их мерцающей поверхностью и шаровидной формой – это воздушное воплощение веселья.



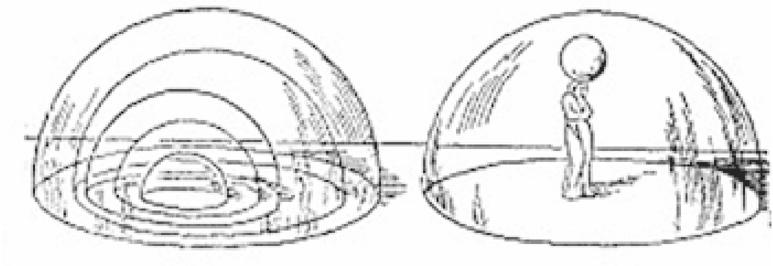
Они также являются кладезем для математических размышлений. Математики уже давно знают, что если вы хотите поместить определенный объем воздуха в форму с наименьшей площадью поверхности, то эта форма – шар. А что, если вы хотите поместить два объема воздуха? Есть подозрение, что лучшим способом будет использовать двойной пузырь. Двойной пузырь – это форма, когда два пузыря соединены. (Вы, возможно, видели его, когда использовали пену для ванн.) Обычно пузыри отделены плоской мембраной; если один пузырь больше другого, то мембрана немного выпирает в сторону большего пузыря. В 19 году математики Джоэл Хасс, Майкл Хатчингс и Роджер Щлафли опубликовали статью, в которой доказали, что форма двойного пузыря – это наиболее эффективная форма для заключения двух одинаковых объемов воздуха. Но что, если два объема воздуха разные? Является ли двойной пузырь и в этом случае лучшим способом заключения воздуха в форму с наименьшей площадью поверхности?



Ответ положительный. В 2000 году математики Фрэнк Морган, Майкл Хатчингс, Мануэль Риторе и Антонио Рос опубликовали статью, в которой доказали, что двойной пузырь – это лучший способ заключения любых двух объемов воздуха в форму с наименьшей площадью поверхности. Они показали, что двойной пузырь имеет меньшую площадь поверхности, нежели другие бесчисленные формы, которые могут принять два соединенных между собой пузыря, включая тот странный случай, когда один пузырь обхватывает середину второго, как пончик. (В математике форма пончика имеет специальное название – тор, – которое возникает в подобласти топологии.) Более того, эта математическая команда доказала это без использования компьютера.

Это один из тех случаев, когда математика может использовать человеческий разум для исследования процессов, которые происходят в природе, чтобы разгадать их тайны. Все, что вам нужно, это бумага и карандаш.

Мыльные пузыри не лопаются дольше, чем пузыри из других веществ, как, например, из чистой воды, из-за эффекта Марангони, который описывает явление переноса вещества вдоль границы сред с разным поверхностным натяжением. Он назван в честь итальянского физика Карло Марангони, который опубликовал свою находку в 1865 году. По существу, когда дело касается мыла, эффект Марангони стабилизирует границы пузыря, делая его прочнее и долговечнее, нежели простой пузырь.



1.4. Скрывается ли математика за картинами Джексона Поллока?

Математическое понятие: фракталы

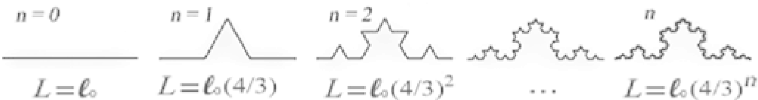
Джексон Поллок создал одни из самых культовых картин XX века, и некоторые исследователи утверждают, что их притягательность берет начало в математике. Если быть совсем точным, то ученые утверждают, что в своих картинах в технике разбрызгивания, которые Поллок закончил в 1940-х, он использовал фракталы, являющиеся геометрическими элементами, которые повторяют друг друга в больших и маленьких масштабах. Некоторые также утверждают, что работы Поллока зачаровывают, так как в них схвачены некоторые фрактальные качества окружающего мира. (Фракталы часто возникают в природе, например в текстуре облаков.)

Фракталы обладают размерностью физических величин, также как линии (одна величина) и мячи (три величины), но, в отличие от этих объектов, фракталы имеют величины, которые включают в себя дробную метрическую размерность. Вообще, математики подразделяют фрактальные величины по шкале от 0 к 3. Некоторые одномерные фракталы, такие, как сегментированная линия, имеют фрактальную размерность от 0,1 до 0,9. Двухмерные фракталы, такие, как контур береговой линии, имеют фрактальные размерности, колеблющиеся от 1,1 до 1,9. И трехмерные фракталы, такие, как кочан цветной капусты, имеют фрактальную размерность от 2,1 до 2,9.

В конце 1990-х физик Ричард Тэйлор заметил, что картины Поллока в технике разбрызгивания имеют фрактальные свойства, и предположил, что можно определить фрактальные характеристики его работ. Используя определенный вид анализа, человек предположительно мог бы выяснить, была ли та или иная картина написана Поллоком. Техника Тэйлора заключалась в том, чтобы отсканировать фотографии работ Поллока и перенести их на компьютер, а затем наложить сетку на цифровые изображения. Потом компьютер делал анализ картины, сравнивая рисунок как на всей картине, так и на ее маленьком участке в 2 см. Тэйлор обнаружил, что в картинах Поллока действительно есть фракталы. Например, было установлено, что одна картина – «Номер 14» – содержит фрактальную размерность 1,45, что соответствует размерности многих береговых линий.

Спустя годы, однако, исследователи из Университета Кейс Вестерн Резерв нашли доказательство, что техника Тэйлора не выявляла работы Поллока достоверным образом. Один докторант обнаружил, что незаконченный скетч, который она сделала с помощью фотошопа, прошел тест Тэйлора. Другое исследование показало, что две картины студентов Кейс Вестерна также прошли тест Тэйлора, в то время как две подлинные картины Поллока его не прошли. Исследователи также пришли к выводу, что этот тест не содержал достаточного количества данных, которые бы с точностью определяли принадлежность картин.

Пит Мондриан

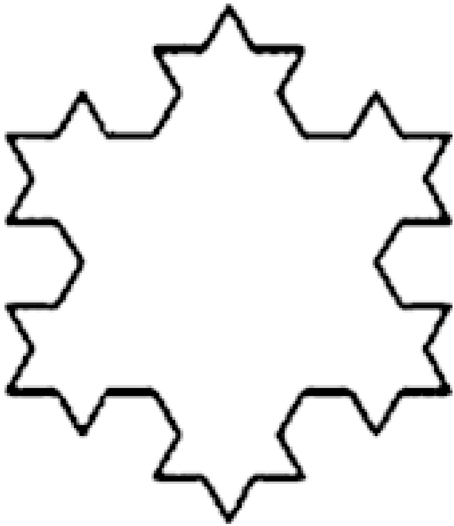


За более явными примерами математики в искусстве обратитесь к работам Пита Мондриана, который в своих работах для большего эффекта использовал прямые линии и четырехугольники.

1.5. Снежинка Коха

Математическое понятие: фракталы

Есть что-то странное в фракталах (см. главу 1.4), это трудно объяснить, но легко показать на примерах. Одним из таких примеров является снежинка Коха, форма которой основана на кривой Коха, которая впервые была упомянута шведским математиком Нильсом Фабианом Хельге фон Кохом. Чтобы создать снежинку Коха, для начала нужно взять равносторонний треугольник (тот, у которого все стороны имеют одинаковую длину). Теперь поделите каждую сторону на три равные части. Используя среднюю часть каждой стороны, образуйте другой равносторонний треугольник остриями наружу так, что эта средняя часть станет его основанием. Продолжайте процесс бесконечно.



В результате такого процесса возникает странное явление: в итоге получается, что снежинка Коха имеет бесконечную длину. Каждый раз, когда вы создаете треугольник посередине одной из сторон снежинки, вы увеличиваете длину на одну треть. А так как процесс продолжается бесконечно, так и периметр снежинки увеличивается бесконечно.

Вот еще один странный результат: несмотря на то, что периметр увеличивается безгранично и становится все больше и больше, пространство, которое занимает снежинка, – хоть и постоянно увеличивается – имеет границу. Если представить круг, нарисованный вокруг изначального треугольника, то станет ясно, что снежинка Коха никогда не выйдет за пределы этого круга. Она может приблизиться к кругу, но никогда не выйдет за его пределы. Поэтому в каком-то смысле математический объект с бесконечной длиной окружен конечной площадью. Странно!

Фрактал Cesaro

Некоторые фракталы формируются не путем добавления, а путем удаления. Снежинка Коха создается путем добавления пиков к центру сегментов линий, а чтобы создать вид под названием фрактал Cesaro, нужно эти пики убрать. Результатом будет снежинка, которая будет выглядеть, будто ее пожевала акула. Однако в итоге чем сложнее они обе будут становиться, тем более похожими они станут для человеческого глаза.

1.6. Вы живете в четвертом измерении?

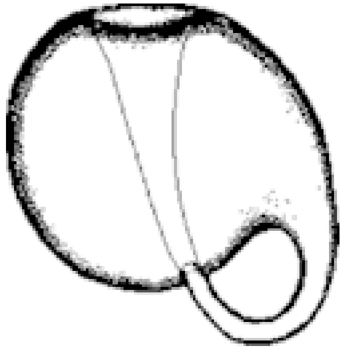
Математические понятия: бутылки Клейна, геометрия, топология

Бутылки Клейна странные. Позвольте мне объяснить как следует. Чтобы их понять, нужно представлять четвертое измерение – пространство, которое существует под прямым углом к нашему трехмерному пространству, – и хоть они и странные, бутылки Клейна могут содержать секрет судьбы нашей вселенной.

Бутылка Клейна впервые была описана немецким математиком Феликсом Клейном в 1882 году, ее оригинальное название звучало как *Kleinsche Fläche,* что в переводе с немецкого значит «пространство Клейна», но скорее всего было перепутано с *Kleinsche Flasche,* отсюда и название – «бутылка Клейна». В любом случае, это название и закрепилось. Бутылка Клейна представляет собой поверхность – двухмерная труба, – и, подобно шару, бутылка Клейна не имеет границ. Она также является неориентируемой поверхностью, то есть направления будут меняться по ходу движения вдоль поверхности.

Но бутылки Клейна получили известность по другой причине: у них нет внутренней и внешней сторон. Они попросту сливаются в одно пространство. (Бутылку Клейна можно назвать аналогом ленты Мебиуса (см. главу 1.7), у которой есть только одна сторона. На самом деле, если разрезать бутылку Клейна пополам, то в итоге получатся две ленты Мебиуса.) Еще одним известным фактом является то, что бутылка Клейна не может существовать в трехмерном пространстве. Чтобы, скажем, создать ее из листа бумаги, вам для начала нужно будет сложить из него цилиндр. Затем вместо того, чтобы соединить оба конца друг с другом, образуя пончик, вы скручиваете один конец. А это невозможно сделать, если не «поднять» один конец цилиндра в четвертое измерение. Так как мы живем в трехмерном пространстве, лучшее, что мы можем сделать – это продеть один конец сквозь цилиндр и соединить скрученный конец с другим концом. Полученная фигура проходит сама через себя, но если бы мы были жителями четырехмерного пространства, то бутылка Клейна вовсе не пересекала бы саму себя.

Чтобы понять почему, представьте, что вы живете в двухмерном пространстве. Теперь представьте, что в этом пространстве есть ограниченная линия, вроде двухмерной веревки. Если кто-нибудь попросил бы вас сложить из нее цифру восемь так, чтобы веревка не пересекала себя, то вы бы понятия не имели, как это сделать. Как такое может быть возможно? Чтобы это сделать, вам нужно было бы «приподнять» линию в трехмерное пространство; в этом случае фигуру можно было создать без пересечения.

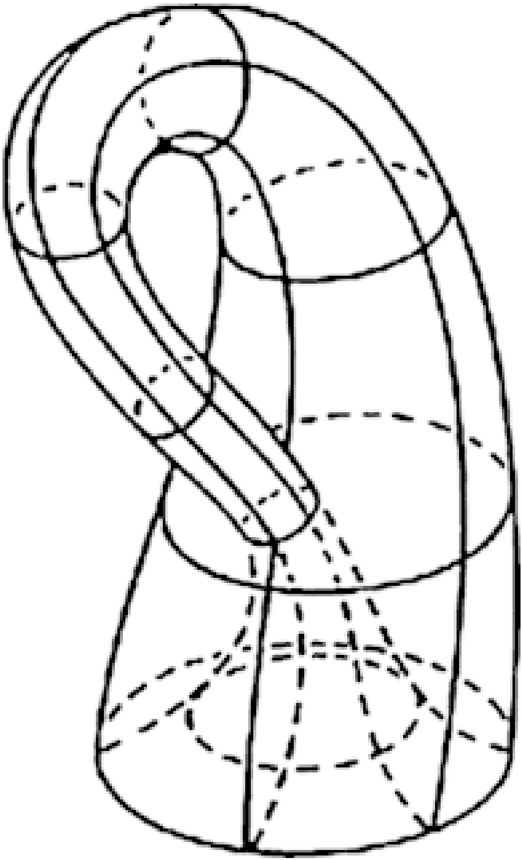


Вернемся к связи между бутылками Клейна и судьбой вселенной. Будущее вселенной – включая судьбу звезд, галактик и даже самого космоса – зависит отчасти от общего вида вселенной. Ученые называют множество возможных форм вселенной, которые были бы совместимы с их наблюдениями: некоторые формы напоминают лист бумаги, который бесконечно простирается во всех направлениях – трехмерное пространство, известное как Евклидово пространство с размерностью, равной 3, – другие же «замкнуты», это значит, что хоть они и очень большие, они в конце концов замыкаются. (Примером такой замкнутой фигуры является шар. Если вы начнете идти от одной точки на поверхности шара и будете идти по прямой, то непременно вернетесь на начальную позицию.) Однако насколько нам известно, вселенная может принимать разные формы. Мы живем на сферическом объекте, но наша окружающая обстановка подсказывает нам, что мы живем на бесконечно большой плоской равнине, то место, где мы живем во вселенной, дает нам основание полагать, что вселенная простирается по прямым линиям во всех направлениях, но на самом деле на расстояниях, за которыми мы не можем наблюдать, вселенная может выглядеть как седло или цилиндр. Или же она может иметь форму бутылки Клейна.

Так что если вы думали, что четвертое измерение не имеет никакого отношения к вашей повседневной жизни – подумайте еще раз. В действительности вы можете в нем жить.

Феликс Клейн

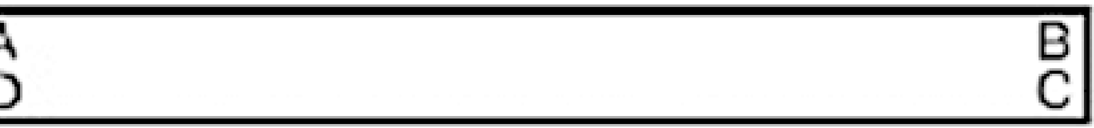
Родился в 1849 году, преподавал математику в Геттингенском университете и проявлял небывалый интерес к геометрии. Он также был известен своим браком с внучкой философа Георга Вильгельма Фридриха Гегеля!



1.7. Построим более эффективную конвейерную ленту

Математические понятия: лента Мебиуса, топология

В математике маленькие вещи могут иметь большие последствия. Возьмите, например, полоску бумаги любой длины. Держите концы этой полоски в разных руках и поверните ее на 180 градусов. Теперь приклейте концы друг к другу. Вы только что создали настоящий математический парадокс из простых канцтоваров. Объект, который вы сделали, называется лентой Мебиуса.


A
D
B
C

Ленты Мебиуса – особое явление в математике, так как они неориентируемые, то есть имеют лишь одну сторону. Это может прозвучать как что-то невообразимое, но вы сами можете доказать ее односторонность. Возьмите карандаш и начинайте чертить линию в любой точке ленты. (Убедитесь, что вы чертите линию, параллельную ленте, чтобы карандаш не сошел с бумаги.) В конце концов карандаш вернется на начальную позицию. А что особенно важно, так это то, что черта остается на всей поверхности ленты. Если бы у ленты было две стороны – внешняя и внутренняя, – то карандашная линия была бы только на одной из сторон, вторая осталась бы нетронутой.

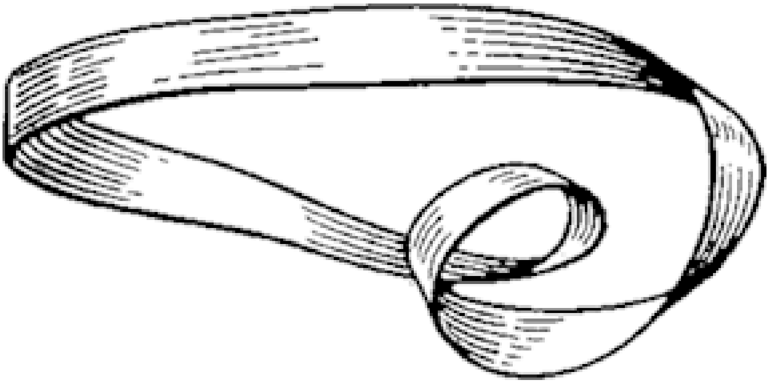
Этот странный односторонний объект похож на экзотику – он таковым и является, – но ленты Мебиуса время от времени встречаются и вне книг по математике и классных досок. Например, в 1957 году компания B.F. Goodrich создала конвейерную ленту Мебиуса. Такой способ позволял ленточному конвейеру работать дольше, так как вся поверхность ленты изнашивалась равномерно. Те же цели преследовали и некоторые магнитофонные ленты и ленты для пишущих машинок: эта форма позволяла использовать максимум поверхности лент, что повышало их практичность. Ленты Мебиуса также есть и в мире электроники – а именно в некоторых резисторах (что позволяло им противостоять потоку электроэнергии) – и в биологии: некоторые конфигурации молекул имеют структуру ленты Мебиуса.

Лента Мебиуса была названа в честь Августа Фердинанда Мебиуса, немецкого математика, жившего в XIX веке, который ее и изобрел. (Оказалось, что та же лента была изобретена практически в то же самое время другим немецким математиком, Иоганном Бенедиктом Листингом, который ввел в использование математический термин «топология».) У Мебиуса была отличительная родословная: его предком был Мартин Лютер, один из богословов, который помог начать Реформацию в начале XVI века, а еще он учился вместе с Карлом Фридрихом Гауссом, одним из самых выдающихся математиков в истории.

Лента Мебиуса служит отличным примером простого объекта, который может сделать каждый, но который имеет глубокий математический подтекст. И нет ничего лучше, чем держать математику в своих руках.

Музыкальные аккорды

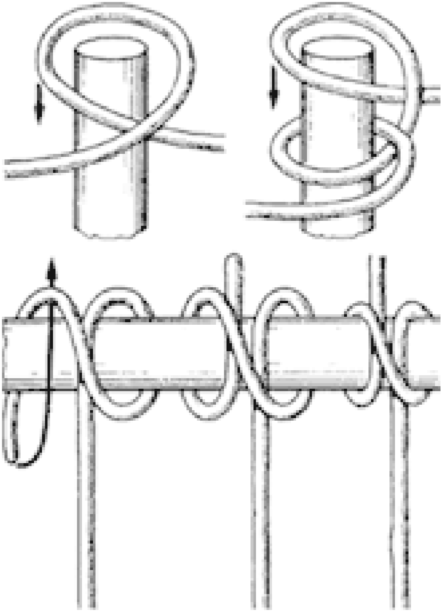
Музыка и математика имеют интересную связь. Теоретики музыки иногда изображают на бумаге, как различные аккорды из двух нот связаны друг с другом, принимая во внимание то, что можно записывать их двумя способами (C-F или F-C, например). Чтобы показать эту связь на листе бумаги, нужно скрутить его и сделать из него ленту Мебиуса.



1.8. Математическая связь между вашими шнурками и вашей ДНК

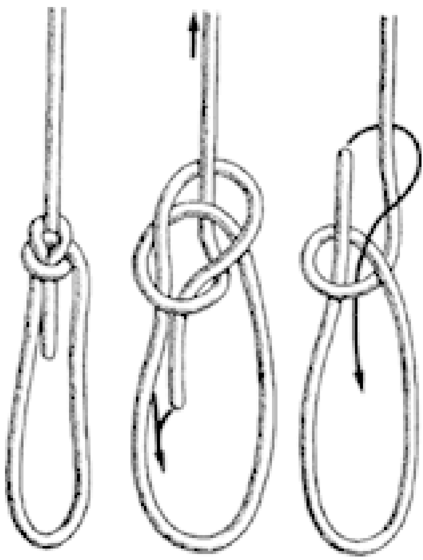
Математические понятия: теория узлов, кривые

Вы не ожидаете найти математику в паре ваших ботинок. Но поглядите вниз на ваши завязанные шнурки. Эти перевязанные узлы на самом деле могут привести к сложным математическим мыслям.



Этот раздел математики известен как теория узлов. Узлы в математике, однако, отличаются от узлов в вашей повседневной жизни одним значимым способом: у них нет свободных концов, то есть они замкнуты. На самом деле, вы можете сделать такой узел самостоятельно. Возьмите кусок веревки – или сваренные спагетти, или лассо – и завяжите обычный узел. Теперь возьмите концы и соедините их с помощью скотча. В итоге у вас может получиться крендель, но в любом случае это будет математический узел!

И хотя отчасти теория узлов хорошо нам знакома, в ней есть свои особенности. В своей книге об узлах Колин Адамс дал следующее определение узлу в математике: «это замкнутая кривая в пространстве, которая не пересекает себя ни в одной точке». Такое определение может натолкнуть вас на мысль о том, какой же узел является простейшим. Таким узлом является простая окружность, такой узел называют «незаузленным». (А еще его называют тривиальным.) Также самыми простыми узлами являются «восьмерка» и «трилистник».



Что конкретно происходит в течение одного дня теоретика, занимающегося узлами? Они обычно стремятся узнать, можно ли развязать тот или иной узел, не разрезая его, или можно ли определить, что узел на самом деле является тривиальным, но в необычной форме. Но теория узлов больше волнует не математиков вовсе. Биологи интересуются теорией узлов из-за ДНК – молекулы, которая кодирует материалы, необходимые для всех живых организмов, – которая иногда может содержать узлы, а они, в свою очередь, могут влиять на то, как информация в молекуле ДНК может интерпретироваться клеточными механизмами организма. Химики также заинтересованы в узлах. Многие из них хотели бы разобраться со сцепленными молекулами, так как в зависимости от узла определенная молекула может совершенным образом поменять свое поведение. (При одной конфигурации вещество может вести себя как масло, а при другой – как гель.) Даже один или два поворота могут иметь существенные последствия.

Гипотезы Тейта

Математик XIX века Питер Гатри Тейт создал классификацию узлов, согласно количеству их пересечений. Он также выдвинул три гипотезы, включая альтернирующие узлы (при проходе такого узла пересечения чередуются «сверху» и «снизу»), хиральные узлы (они не эквивалентны своему зеркальному отражению) и число закрученности (геометрическая величина, которая описывает зацепления в узлах). Все три гипотезы не так давно были доказаны.

Конец ознакомительного фрагмента.