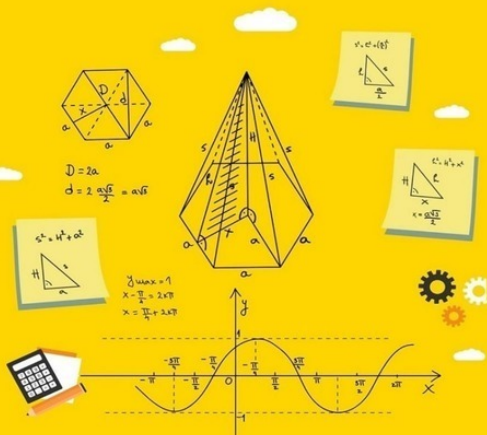


КАК ПОНЯТЬ АЛГЕБРУ



Алгебраические уравнения
с ответами и решениями

Джеймс Уэллс

Джеймс Уэллс
Как понять алгебру.
Алгебраические уравнения
с ответами и решениями

http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=68616733

ISBN 9785005931559

Аннотация

Вы ищете простой способ объяснить алгебру вашему ребенку? Вам поможет книга «Как понять алгебру: алгебраические уравнения с ответами и решениями». Эта книга включает в себя: Эксперименты с числами как новый подход к пониманию логики алгебры. 90 уравнений с ответами и решениями. Автор учебника программист и психофизиолог с многолетним стажем преподавателя. Эта книга не только помогает понять алгебру, но и укрепляет уверенность учеников в себе и повышает их самооценку.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	5
КАК РЕШАТЬ УРАВНЕНИЯ	6
Практика 1. Решение уравнений	11
Практика 2. Решение уравнений	13
Практика 3. Решение уравнений	23
Практика 4. Решение уравнений	24
Практика 5. Решение уравнений	26
СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ	27
Конец ознакомительного фрагмента.	36

Как понять алгебру

Алгебраические уравнения с ответами и решениями

Джеймс Уэллс

© Джеймс Уэллс, 2022

ISBN 978-5-0059-3155-9

Создано в интеллектуальной издательской системе Ridero

ВВЕДЕНИЕ

Внутри вас есть голос, который всегда говорит: «Ты не можешь этого сделать. Оставь это на потом».

Это неправда, но вы верите этому голосу, потому что получаете пользу от принятия совета. Вы получаете хороший предлог, чтобы ускользнуть от вашей работы. Вы можете гулять с друзьями, смотреть телевизор или делать все, что захотите. Однако вы не можете испытывать подлинное удовольствие от своего развлечения, потому что есть часть вас, которая хочет гордиться своими достижениями. Этот голос говорит: «Продолжай пытаться! Ты можешь это сделать! Ты умница». Верьте тому, что говорит этот голос! Этот учебник покажет вам способ мышления, который поможет вам понять математику. Этот учебник предназначен для всех, кто хочет чувствовать себя комфортно, используя математическую формулу; кто хочет постичь красоту алгебраических выражений.

Испытывали ли вы когда-нибудь разочарование, глядя на свой учебник по математике? Забудьте это! Полюбите математику!

КАК РЕШАТЬ УРАВНЕНИЯ

Математика – восхитительная сфера деятельности. Имея только ручку и лист бумаги, можно придумывать все, что угодно. Можно бродить по бумаге с цифрами и символами, заботясь только об одном: равенство должно быть равенством, не более того. Представим, что вы первый великий математик. Люди знакомы только с арифметикой: как складывать, вычитать, умножать и делить. В школе изучают скучные вещи типа таких выражений:

$$2 + 3 = 5 \text{ или } 7 - 4 = 3$$

Вы первый, кто подозревает, что есть способ выразить общую идею уравнений, написанных выше.

Сначала вы пишете: $a + b = c$ или $c - a = b$. Вы можете открыть общие правила, которые могут помочь людям решить любое уравнение. Чтобы проверить открытие, вы должны провести эксперименты с числами.

Напишем простое уравнение: $4 + 8 = 12$

Прибавим любое число к левой части уравнения.

$$4 + 8 + 3 = 12$$

Что мы получили?

$$15 = 12$$

Это неправильно! Как исправить уравнение? Попробуйте добавить к правой части уравнения такое же число, которое вы добавили к левой части уравнения.

$4 + 8 + 3 = 12 + 3$. Что у вас получилось? $15 = 15$

Вы открыли первое правило уравнений. Это правило гласит: «Если вы прибавите одно и то же число к левой и правой части уравнения, это уравнение все равно будет верным». Чтобы выразить это правило в общем виде, вы можете написать:

Если $a + b = c$, то $a + b + n = C + n$, где a, b, c, n равны любым числам.

Вы гений? Конечно! Давайте попробуем еще один эксперимент.

Что произойдет, если вычесть любое число из левой части уравнения?

$$5 + 2 = 7$$

$$5 + 2 - 5 = 7$$

Что мы получили? $2 = 7$

Это неверно, но вы уже знаете, как исправить уравнение. Вы должны вычесть одно и то же число из левой и правой частей уравнения.

$$5 + 2 - 5 = 7 - 5. \text{ Тогда } 2 = 2.$$

Можете себя поздравить! Вы открыли второе правило уравнений. Это правило гласит: «Если вы вычтете одинаковые числа из левой и правой частей уравнения, это уравнение все равно будет верным».

Или вы можете написать:

если $a + b = c$, то $a + b - n = c - n$, где a, b, c, n равны любым числам.

Какие еще виды экспериментов вы можете провести? Вы можете умножить одну часть уравнения на некоторое число. Напишем уравнение:

$$5 - 1 = 4$$

Что будет, если левую часть уравнения умножить на 7?

$$(5 - 1) \cdot 7 = 4, \text{ тогда } 28 = 4$$

Это неверно. Попробуйте умножить обе части уравнения на 7.

$$(5 - 1) \cdot 7 = 4 \times 7. \text{ Тогда } 28 = 28$$

Вы открыли еще одно правило для уравнений. Третье правило гласит:

«Если вы умножите левую и правую часть уравнения на одно и то же число, это уравнение все равно будет верным».

$$\text{Если } a - b = c, \text{ то } (a - b) \cdot n = (c) \cdot n$$

Еще один эксперимент. Что произойдет, если разделить половину уравнения на любое число?

$$4 + 6 = 10$$

$$(4 + 6) / 2 = 10, \text{ тогда } 5 = 10.$$

Вы можете спросить себя: «Сколько раз я буду совершать одну и ту же ошибку?»

Но у вас есть знания, чтобы решить эту проблему.

Вы должны разделить обе части уравнения на одно и то же число.

$$(4 + 6) / 2 = 10 / 2, \text{ тогда } 5 = 5$$

Вы открыли четвертое правило уравнений. Это правило

гласит:

«Если вы разделите левую и правую часть уравнения на одно и то же число, уравнение все равно будет верным».

Итак, вы можете написать:

Если $a + b = c$, то $(a + b) / n = c / n$

Где a , b , c – любые числа, но n не равно 0, потому что нельзя делить числа на 0.

Люди спросят вас: «Какую пользу вы можете извлечь из этих правил?»

Ваш ответ будет таким: «Вы можете использовать эти правила для решения любого уравнения».

Напишем уравнение, в котором одно число неизвестно.

$$X - 3 = 11$$

Как мы можем решить это уравнение? Попробуйте применить первое правило:

Если вы прибавите одно и то же число к левой и правой части уравнения, это уравнение будет верным. Для нашего уравнения удобно добавить 3 к обеим частям уравнения.

$$X - 3 + 3 = 11 + 3$$

$$\text{Поскольку } -3 + 3 = 0$$

$$\text{Тогда } X = 11 + 3$$

$$\text{Итак, } X = 14$$

Давайте попробуем решить уравнение, где все числа представлены буквами.

$$X - b = c$$

Примените первое правило, чтобы решить это уравнение

$$X - b + b = c + b$$

Так как $-b + b = 0$, то

$$X = c + b.$$

Чтобы решить уравнение $X + b = c$, мы можем применить второе правило.

Если $X + b = c$, то

$$X + b - b = c - b \text{ тогда}$$

$$X = c - b.$$

Следующий пример: $X + 7 = 15$

Вычитите 7 из обеих частей уравнения:

$$X + 7 - 7 = 15 - 7 \text{ и } X = 8$$

Не читайте дальше, пока не выполните упражнения из практики 1.

Практика 1. Решение уравнений

Решите для X:

1. $X - 5 = 0$

2. $X + 11 = 3$

3. $X - ab = 4$

4. $X - Y = Z$

5. $X - 2a = c$

6. $X + 3ab = bc$

7. $X + k = 1 + k$

8. $X - ab = a - ab$

9. $X + c = c - b$

10. $X - 2a = a - ab$

11. $X + cb = 3cb - c$

12. $X - 5 + a = 2a - 5$

13. $X + 3 - k = 6 - 3k$

14. $X - 1 - ab = ab - 1$

15. $X - a - b = a - b$

16. $X + 2a - 3c = 3a - 2c$

Вы можете найти ответы в приложении 1. Если ваш ответ неверен, попробуйте решить еще раз.

Если вы не можете найти правильный ответ, прочитайте решение в приложении 2.

Давайте решим уравнение

$$4X - 5 = 15$$

Вы можете применить первое правило.

$$4X - 5 + 5 = 15 + 5, \text{ тогда } 4X = 20.$$

Как найти X? Вы можете применить четвертое правило.

Если вы разделите обе части уравнения на одинаковые числа, это уравнение все равно будет верным.

$$4X/4=20/4, \text{ тогда } X=5.$$

Чтобы решить уравнение

$$aX - b = c$$

Примените первое правило.

$$aX - b + b = c + b,$$

тогда

$$aX = c + b$$

Теперь применим четвертое правило.

Если $aX = c + b$, то $aX/a = (c + b) / a$

тогда $X = (c + b) / a$

Не читайте дальше, пока не выполните упражнения из практики 2.

Практика 2. Решение уравнений

Решите для X:

1. $2X - 3 = 5$

2. $3X - 5 = 4$

3. $5X + 6 = 36$

4. $8X - 5 = 43$

5. $7X - 2 = 19$

6. $4X + 8 = 20$

7. $6X - a = 2a$

8. $2X + b = 13b$

9. $7X + 3a = a + b$

10. $4X - 2a = 4 + 2a$

11. $4X - 3a = a$

12. $3X - 2b = 6 - 14b$

13. $6X - 2a = 24b - 20a$

14. $aX - 3a = ab - 2a$

15. $2aX + ab = 2a - ab$

16. $3aX - c = 3ac - 7c$

Ответы в приложении 1.

Решения в приложении 2.

Если у вас есть такое уравнение:

$$X/a - 5 = 6$$

Тогда примените первое правило:

$$X/a - 5 + 5 = 6 + 5$$

$$X/a = 6 + 5$$

$$X/a = 11$$

Затем примените третье правило.

$$X/a * a = 11 * a$$

$$X = 11a$$

Давайте решим уравнение:

$$2X - 4b = 2bc$$

Примените первое правило:

$$2X - 4b + 4b = 2bc + 4b,$$

$$\text{тогда } 2X = 2bc + 4b$$

Разделите обе части уравнения на 2:

$$2X / 2 = (2bc + 4b) / 2$$

Вы должны знать, как делить двучлен на одночлен.

Если вы забыли, вы можете найти правило самостоятельно.

Вы можете попробовать написать

$$(2bc+4b) / 2 = 2bc/2 + 4b/2$$

Давайте проверим. Предположим, что $c = 2$ и $b = 3$.

Чтобы разделить двучлен на 2, попробуйте разделить каждый одночлен на 2

$$2*3*2/2 + 4*3/2 = 12$$

А теперь попробуйте сначала решить двучлен, а потом разделить на 2.

$$(2*3*2 + 4*3) / 2, \text{ тогда } 24/2 = 12$$

Мы получили тот же ответ. Это означает, что

$$(a + b) / 2 = a/2 + b/2.$$

Мы открыли правило: чтобы разделить двучлен на число, разделите каждый одночлен внутри двучлена на это число. Вернитесь к своему уравнению.

$$2X = 2bc + 4b. \text{ Тогда:}$$

$$2X/2 = 2bc/2 + 4b/2$$

$$\text{Тогда: } X = bc + 2b$$

Вы можете вынести за скобки b и получить $X = b(c + 2)$

Всякий раз, когда вы не знаете правило, вы можете поста-

вить любые цифры вместо букв и проверить равенство. Откройте для себя правила самостоятельно.

Решим более сложное уравнение:

$$\frac{5X - 5}{5X} = 10$$

$$5X - 5 = 50X$$

Используйте 2-е правило, вычтите $5X$ с обеих сторон:

$$5X - 5 - 5X = 50X - 5X$$

$$-5 = 45X$$

$$\text{or } 45X = -5$$

Поделите обе части уравнения на 45.

$$45X/45 = -5/45$$

$$X = -1/9$$

Следующие уравнение:

$$\frac{aX + b}{a + b} - X = c$$

Для этого умножьте $-X$ на $(a + b)$ и поделите его на $(a + b)$. Мы можем это сделать, потому что

$$(a + b) / (a + b) = 1$$

Тогда мы получим:

$$\frac{aX + b}{(a + b)} - \frac{X(a + b)}{(a + b)} = c$$

Или:

$$\frac{aX + b - X(a + b)}{(a + b)} = c$$

Умножаем $-X$ на $a + b$ скобках и получаем:

$$\frac{aX + b - aX - bX}{a + b} = c$$

Умножьте обе части уравнения на $(a + b)$

$$\frac{(b - bX)(a + b)}{a + b} = c(a + b)$$

Тогда $b - bX = c(a + b)$

Примените 2-е правило, вычтите b из обеих частей уравнения:

$$b - bX - b = c(a + b) - b$$

Тогда $-bX = c(a + b) - b$ Разделим обе части на b :

$$\frac{-bX}{-b} = \frac{ac + bc - b}{-b}$$

Чтобы сделать это алгебраическое выражение более красивым, умножьте числитель и знаменатель на (-1) .

$$X = \frac{ac + bc - b}{-b}$$

Вы можете сделать это, потому что $(-1) / (-1) = 1$. Если вы умножите любое число на 1, число не изменится.

Тогда

$$X = \frac{(ac + bc - b)(-1)}{(-b)(-1)}$$

$$X = \frac{b - ac - bc}{b}$$

Следующее уравнение:

$$-2X = a - b$$

Вам не удобно иметь минус перед $2X$.

Вы можете преобразовать уравнение в более удобный вид.

Умножаем обе части уравнения на -1

$(-2X)(-1) = (a - b)(-1)$, тогда вы получите

$$2X = -a + b \text{ или } 2X = b - a$$

Делим обе части уравнения на 2 .

$$\frac{2X}{2} = \frac{b - a}{2} \quad X = \frac{b - a}{2}$$

Есть и другой способ решить это уравнение:

$$-2X = a - b$$

Разделим обе части уравнения на -2

$$\frac{-2X}{-2} = \frac{a - b}{-2} \quad X = \frac{a - b}{-2}$$

Чтобы ваш результат был более красивым, вы можете умножить числитель и знаменатель на -1

$$x = \frac{(a-b)(-1)}{(-2)(-1)} \quad x = \frac{-a+b}{2} = \frac{b-a}{2}$$

Следующее уравнение:

$$3a - 6X = 6X - 9a$$

Вы можете видеть, что в левой части уравнения у вас есть $-6X$

А с правой стороны у вас $+6X$. Вам удобнее иметь $+$ перед X . Поэтому вы оставляете $+6X$ в правой части и избавляетесь от $-6X$ в левой части уравнения.

Прибавьте $6X$ к обеим частям уравнения:

$$3a - 6X + 6X = 6X - 9a + 6X, \text{ тогда получим } 3a = 12X - 9a$$

Прибавьте $9a$ к обеим частям уравнения:

$$3a + 9a = 12X - 9a + 9a \text{ тогда } 12a = 12X$$

$$X = a$$

Не читайте дальше, пока не выполните упражнения из практики 3.

Практика 3. Решение уравнений

Решите для X:

1. $1 - X = 5 - a$

2. $1 - 2X = X - 4$

3. $a - 3X = b - X$

4. $2a - 4X = 2X - 4a$

5. $4b - 2X = 2X - 4b$

6. $ab + aX = 2aX + ac$

7. $ab + aX = 2aX - ac$

Продолжим и обсудим уравнение: $aX - bX = a - b$

Вынесите за скобки множитель X, который является общим множителем для бинома $aX - bX$,

тогда вы получите $X(a - b) = a - b$

Разделите каждую часть уравнения на $a - b$

$$X(a - b) / (a - b) = (a - b) / (a - b)$$

$$X = 1$$

Не читайте дальше, пока не выполните упражнения из практики 4.

Практика 4. Решение уравнений

Решите для X:

1. $bX - 2b = aX - 2a$

2. $b - 2bX = a - 2aX$

3. $aX - bX = 1$

4. $aX - bX - cX = 2a - 2b - 2c$

5. $3abX - 5a = 3acX + 13a$

6. $aX - bX = ac - bc$

7. $9a - 4X = 5a - 2X$

8. $X - aX = 2 - 2a$

9. $aX - bX = b - a$

Продолжим и решим уравнение: $aX - bX = 2b - 2a$

Вынесите за скобки X в левой части уравнения.

$$X(a - b) = 2b - 2a$$

Вынесите за скобки 2 в правой части уравнения.

$$X(a - b) = 2(b - a)$$

Разделите обе части на $(a - b)$.

Умножаем числитель на -1

$$\frac{X(a-b)}{(a-b)} = \frac{2(b-a)}{(a-b)}$$

$$X = \frac{2(-b+a)(-1)}{a-b} = \frac{-2(a-b)}{a-b} = -2$$

Или вы можете упростить это алгебраическое выражение, вынеся за скобки (-1) в знаменателе

$$X = \frac{2(b-a)}{(-1)(-a+b)} = \frac{2(b-a)}{-1(b-a)} = -2$$

Практика 5. Решение уравнений

Решите для X:

1. $5aX - 5bX = 10b - 10a$

2. $aX - bX - cX = c + b - a$

3. $2X - 3aX = 6a - 4$

4. $3aX - 9bX = 27b - 9a$

5. $4bX - cX = 8c - 32b$

6. $abX - acX = ac - ab$

7. $X/2 - aX = 1 - 2a$

8. $aX/5 + 2a = 5a - 4aX$

Вы можете найти ответы в приложении 1 и решения в приложении 2.

СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Посмотрите на уравнение $X + Y = 3$. X и Y неизвестны. Вы не можете найти ни X , ни Y из этого уравнения. Вам нужна дополнительная информация об «отношениях» между ними. Такая информация может быть включена в дополнительное уравнение. Например: $X - Y = -1$. Теперь у вас есть система из 2-х уравнений:

$$1. \quad X + Y = 3$$

$$X - Y = -1$$

Есть несколько способов ее решения. Первый способ: найти X в любом уравнении, например, первом.

Для этого вычтите Y из каждой части уравнения:

$$X + Y - Y = 3 - Y; \text{ Найти } X$$

$$X = 3 - Y$$

Затем подставьте $(3 - Y)$ вместо X во втором уравнении ($X - Y = -1$).

Вы получите: $3 - Y - Y = -1$ или $3 - 2Y = -1$

Теперь решите это уравнение относительно Y . Прибавьте $2Y$ к обеим частям уравнения.

$$3 - 2Y + 2Y = -1 + 2Y$$

$$3 = -1 + 2Y$$

Прибавьте 1 к обеим частям уравнения.

$$3 + 1 = -1 + 1 + 2Y$$

$$4 = 2Y$$

Поменяем местами 4 и 2Y.

$$2Y = 4$$

Разделите обе части уравнения на 2.

$$2Y/2 = 4/2$$

$$Y = 2.$$

Теперь подставьте 2 вместо Y в любом исходном уравнении, чтобы найти X.

Одно из исходных уравнений: $X + Y = 3$.

$$X + 2 = 3;$$

Вычтите 2 из обеих частей уравнения.

$$X + 2 - 2 = 3 - 2;$$

$$X = 1$$

$$Y = 2$$

Второй способ решения:

$$1. X + Y = 3$$

$$X - Y = -1$$

Вы можете просуммировать левые части обоих уравнений и просуммировать правые части обоих уравнений.

$$X + Y = 3 \text{ и } X - Y = -1 \text{ Тогда}$$

$$(X + Y) + (X - Y) = 3 + (-1)$$

Или вы можете написать это так:

$$\begin{array}{r} +X + Y = 3 \\ X - Y = -1 \\ \hline 2X + 0 = 2 \end{array}$$

$$\text{Если } 2X = 2 \text{ то } X = 1$$

Поставьте 1 вместо X в любое уравнение.

$$1 + Y = 3$$

Вычтите 1 из обеих частей уравнения.

$$1 + Y - 1 = 3 - 1$$

$$Y = 3 - 1$$

$$Y=2$$

Мы можем решать системные уравнения, используя их графики. Если мы построим каждое уравнение, мы получим две прямые линии. Точка пересечения линий будет иметь значения X и Y , соответствующие обоим уравнениям.

Чтобы нарисовать график для уравнения, мы должны привести его к общему виду:

$$Y = aX + b$$

Начнем с первого уравнения: $X + Y = 3$

Вычтите X из обеих частей уравнения

$$X - X + Y = 3 - X$$

$$Y = 3 - X$$

Найдите две точки, чтобы нарисовать линию для первого уравнения. Присвойте любое значение X и вычислите значение Y .

$$X = 3; Y(3) = 3 - 3 = 0$$

$$X = 6; Y(6) = 3 - 6 = -3$$

Чтобы провести прямую линию достаточно двух точек.

Найдем две точки для второго уравнения.

Приведите уравнение к общему виду.

$$X - Y = -1$$

Вычтите X из обеих частей уравнения.

$$X - X - Y = -1 - X - Y = -1 - X$$

Умножьте обе части на -1

$$\begin{aligned} -Y(-1) &= (-1)(-1) - X(-1) \\ Y &= X + 1 \end{aligned}$$

Найдите две точки, чтобы нарисовать линию для второго уравнения. Присвойте любое значение X и вычислите значение Y.

$$\begin{aligned} X = 5; Y(5) &= 5 + 1 = 6 \\ X = -5; Y(-5) &= -5 + 1 = -4 \end{aligned}$$

Теперь мы можем рисовать графики для обеих линий.

На графике 1 вы видите, что точка пересечения линий имеет $X = 1$

и $Y = 2$.

Это те же самые значения, которые мы нашли ранее.

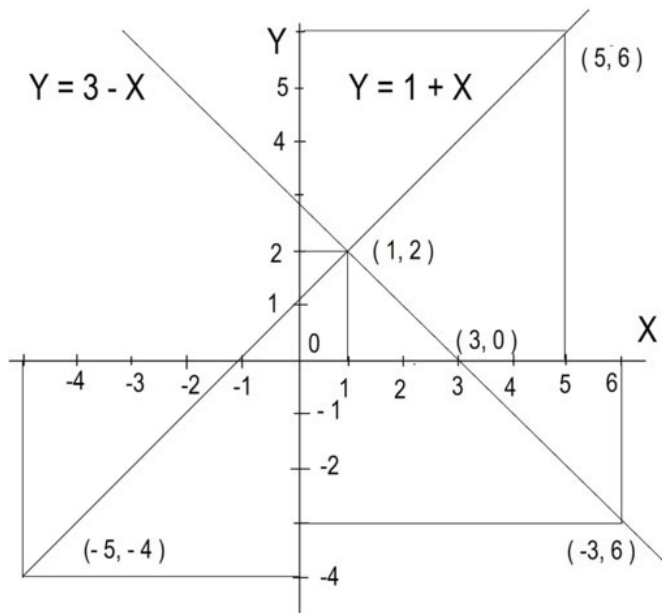


График 1. Точка пересечения линий: $X=1$, $Y=2$.

Следующая система уравнений:

$$2. \quad 2X + Y = 5$$

$$X + Y = 2$$

В этом случае у нас есть + перед X и Y в обоих уравнениях.

Чтобы исключить один неизвестный член уравнения, вы

можете вычесть второе уравнение из первого.

$$(2X + Y) - (X + Y) = 5 - 2 = 3 \text{ или:}$$

$$\begin{array}{r} 2X + Y = 5 \\ - (X + Y = 2) \\ \hline X = 3 \end{array}$$

Подставьте 3 вместо X в любое исходное уравнение.

$$3 + Y = 2$$

Вычтите 3 из обеих частей уравнения.

$$3 + Y - 3 = 2 - 3$$

$$Y = 2 - 3 = -1$$

$$Y = -1$$

$$\text{Ответы: } X = 3; Y = -1;$$

Решим эти уравнения с помощью графика.

Первое уравнение: $2X + Y = 5$.

Приведите уравнение к общему виду: $Y = aX + b$

Вычтите $2X$ из обеих частей уравнения.

$$2X - 2X + Y = 5 - 2X$$

$$Y = 5 - 2X$$

Найдите две точки, чтобы начертить первую линию. При-
свойте любое значение X и вычислите значение Y .

$$X = 0; Y(0) = 5 - 2 * 0; Y(0) = 5$$

$$X = 4; Y(4) = 5 - 2 * 4 = 5 - 8 = -3$$

Найдем две точки для второго уравнения.

$$X + Y = 2$$

Приведите уравнение к общему виду $Y = aX + b$.

$$X - X + Y = 2 - X;$$

$$Y = 2 - X$$

Найдите две точки, чтобы начертить вторую линию. При-
свойте любое значение X и вычислите значение Y .

$$X = 4; Y(4) = 2 - 4 = -2$$

$$X = -4; Y(-4) = 2 - (-4) = 2 + 4 = 6$$

На графике 2 мы видим, что точкой пересечения является $(3, -1)$. Тот же ответ, который мы нашли раньше: $X = 3, Y = -1$.

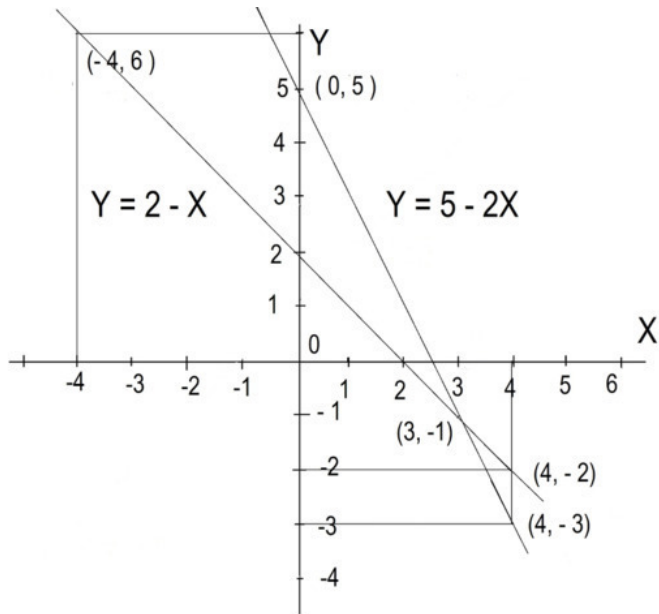


График 2. Точка пересечения линий: $X=3$, $Y=-1$.

Следующая система уравнений:

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.