

ПОСОБИЕ

для подготовки к успешной сдаче **ЕГЭ** по
МАТЕМАТИКЕ **БАЗОВОГО УРОВНЯ**
В 2024 ГОДУ

- Подробный теоретический материал без лишней «воды» по каждому заданию
- Подробный и доступный разбор демоверсии КИМ на 2024 год и открытого варианта КИМ на 2023 от ФИПИ
- Выгружены задания 19-21 из открытого банка заданий ФИПИ
- Это не типичный сборник вариантов для самопроверки, а пособие, которое предназначено для изучения теоретического материала по каждому заданию и методик их выполнения



Екатерина Дмитриевна Сойникова

Пособие для подготовки к успешной сдаче ЕГЭ по математике базового уровня в 2024 году

*http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=69776650
SelfPub; 2023*

Аннотация

Пособие для подготовки к успешной сдаче ЕГЭ по математике базового уровня содержит:– краткий теоретический материал по каждому заданию проекта КИМ 2024 года от ФИПИ, где собраны все необходимые формулы и определения, и ничего лишнего;– подробный разбор демонстрационного варианта проекта КИМ 2024 года от ФИПИ;– подробный разбор открытого варианта КИМ 2023 года от ФИПИ;– большое количество прототипов заданий 19-21 для самостоятельного решения, выгруженных из открытого банка заданий ФИПИ. С помощью данной книги школьник сможет четко понимать, то какие определения и формулы ему необходимы для решения конкретного задания ЕГЭ по математике базового уровня.

Содержание

Введение	5
Задание 1. Простейшие текстовые задачи	8
1.1. Общие вопросы	8
1.2. Примеры заданий и методика их выполнения	9
Задание 2. Размеры и единицы измерения	13
2.1. Общие вопросы	13
2.2. Примеры заданий и методика их выполнения	15
Задание 3. Чтение графиков и диаграмм	21
3.1. Общие вопросы	21
3.2. Примеры заданий и методика их выполнения	23
Задание 4. Преобразования выражений.	32
Действия с формулами	
4.1. Общие вопросы	32
4.2. Примеры заданий и методика их выполнения	36
Задание 5. Начала теории вероятностей	39
5.1. Общие вопросы	39
5.2. Примеры заданий и методика их выполнения	42
Задание 6. Выбор оптимального варианта	46

6.1. Общие вопросы	46
6.2. Примеры заданий и методика их выполнения	47
Задание 7. Анализ графиков и диаграмм	53
7.1. Общие вопросы	53
7.2. Примеры заданий и методика их выполнения	63
Задание 8. Анализ утверждений	78
8.1. Общие вопросы	78
8.2. Примеры заданий и методика их выполнения	79
Конец ознакомительного фрагмента.	80

Екатерина Сойникова

Пособие для подготовки к успешной сдаче ЕГЭ по математике базового уровня в 2024 году

Введение

Впервые с разделением ЕГЭ по математике на базовый и профильный уровни школьники столкнулись в 2015 году. Также в 2015 году можно было сдавать сразу как базовую математику, так и профильную.

По большей части это разделение связано с тем, что многим выпускникам математика не требуется для поступления в вуз, но при этом она необходима для получения аттестата о среднем общем образовании. Таким образом, базовая математика направлена на проверку основных предметных результатов, а также, способности производить бытовые расчеты и использовать математические знания для решения задач, возникающих в повседневной жизни.

Но несмотря на то, что ЕГЭ по математике базового уров-

ня сдают уже на протяжении 8 лет, по сей день нет ни одного методического пособия, которое было бы направлено на изучение именно теоретического материала по всем заданиям контрольных измерительных материалов ЕГЭ¹. Даже невзирая на то, что КИМ ЕГЭ по математике базового уровня содержит справочные материалы, школьники зачастую просто не могут их грамотно использовать, из-за непонимания того, для каких конкретно заданий нужны те или иные определения и формулы. А для некоторых заданий и вовсе отсутствуют какие-либо «подсказки».

Поэтому данная книга уникальна тем, что в ней даны особенности выполнения каждого задания КИМ ЕГЭ по математике базового уровня, а также советы и рекомендации, обеспечивающие быстрое выполнение заданий и уменьшающие вероятность допущения ошибки.

Полный план экзаменационной работы ЕГЭ по математике базового уровня на 2024 год можно увидеть в спецификации КИМ для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень) [1].

В 2024 году экзамен по математике базового уровня будет включать в себя справочные материалы, где имеются основные формулы по алгебре и началам математического анализа и геометрии, а также 21 задание.

Все задания **БАЗОВОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ**. На работу отводится 180 минут (3 часа).

¹ В дальнейшем КИМ ЕГЭю

ЕГЭ по математике базового уровня не подразумевает заданий, где необходимо написать развёрнутое решение. Ученику нужно вписать в бланк ТОЛЬКО ответы на задания.

Также стоит отметить, что первичный балл математике базового уровня переводится ТОЛЬКО в оценку по пяти-балльной шкале.

Количество верных ответов / баллов	Оценка
0 – 6	2
7 – 11	3
12 – 16	4
17 – 21	5

Кроме обучающихся 10–11 классов, готовящихся к сдаче ЕГЭ по математике базового уровня, данную книгу могут использовать учителя и преподаватели математики. Она будет также полезна обучающимся 9-х классов, так как ЕГЭ по математике базового уровня достаточно сильно схоже с ОГЭ по математике.

Задание 1. Простейшие текстовые задачи

1.1. Общие вопросы

В спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень) [1] в качестве проверяемого результата обучения применительно к заданию 1 указывается «уметь выполнять вычисления и преобразования».

Уровень сложности – базовый.

Максимальный балл за выполнение задания – 1.

Примерное время выполнения задания выпускником (мин.) – 7.

Чтобы решить задание 1 по математике базового уровня нужно уметь выполнять вычисления и преобразования.

1.2. Примеры заданий и методика их выполнения

Пример 1 [3]

Условие

Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

Решение

1. Переведем стоимость одной баночки йогурта в десятичную дробь: 14,6

2. Вычислим то, какое количество баночек йогурта можно купить за 100 рублей. Для этого разделим 100 на 14,6:

$$100 : 14,6 \approx 6,849$$

3. Так как купить можно только целое количество баночек йогурта, то полученное число округлим до целого в меньшую сторону. Следовательно, ответом будет число 6.

Ответ: 6.

Пример 2 [3]

Условие

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 1 кг 600 г моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Решение

1. Переведем в десятичную дробь количество моркови, которую купил Олег: 1,6 кг.

2. Вычислим то, сколько заплатил Олег за 1,6 кг моркови, если 1 кг стоит 40 рублей:

$$40 \cdot 1,6 = 64$$

3. Найдем сколько рублей сдачи Олег получит со 100 рублей:

$$100 - 64 = 36$$

Ответ: 36.

Пример 3 [3]

Условие

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

Решение

1. Вычислим то, какое количество пачек клея нужно для того, чтобы поклеить 63 рулона обоев, учитывая, что 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов:

$$63 : 6 = 10,5$$

2. Так как невозможно купить 10,5 пачек обойного клея, при этом, если купить 10 пачек, то такого количества не хватит для того, чтобы поклеить 63 рулона (будет поклеено только 60). Поэтому в данной задаче округлить необходимо до целого в большую сторону, т.е., купить потребуется 11 пачек обойного клея.

Ответ: 11.

Пример 4 [4]

Условие

В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 800 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 7 недель?

Решение

1. Вычислим сколько листов бумаги формата А4 офис расходует за 7 недель:

$$800 \cdot 7 = 5600$$

2. Вычислим количество пачек бумаги формата А4, которые будут израсходованы за 7 недель, учитывая, что 1 пачка

содержит 250 листов:

$$5600 : 250 = 22,4$$

3. В данной задаче необходимо округлить до целого в большую сторону, т.е. 23 пачки.

Ответ: 23.

Задание 2. Размеры и единицы измерения

2.1. Общие вопросы

В спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень) в качестве проверяемого результата обучения применительно к заданию 2 указывается «умение решать текстовые задачи разных типов, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов, умение оценивать размеры объектов окружающего мира».

Уровень сложности – базовый.

Максимальный балл за выполнение задания – 1.

Примерное время выполнения задания выпускником (мин.) – 5.

Чтобы решить задание 2 по математике базового уровня нужно знать единицы измерения величин.

Единицы измерения величин

Меры длины

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см} = 100 \text{ мм}$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см}$$

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

Меры веса

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$$

$$1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$$

$$1 \text{ т} = 10 \text{ ц} = 1000 \text{ кг}$$

Меры площади

$$1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2$$

$$1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2 = 1000 \text{ мм}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2 = 10000 \text{ см}^2$$

Меры времени

$$1 \text{ мин} = 60 \text{ сек}$$

$$1 \text{ час} = 60 \text{ мин}$$

$$1 \text{ сутки} = 24 \text{ ч}$$

2.2. Примеры заданий и методика их выполнения

Пример 1 [3]

Условие

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ		ЗНАЧЕНИЯ	
А)	масса взрослого человека	1)	8 т
Б)	масса грузового автомобиля	2)	5 г
В)	масса книги	3)	65 кг
Г)	масса пуговицы	4)	300 г

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

А	Б	В	Г

Решение

В данной задаче представлена мера веса. Для удобства при решении задания, можно для начала выбрать самый маленький предмет и определить его массу, присвоив наименьшее значение. В данной задаче – это пуговица, ее вес может быть 5 г. Затем выбрать самый большой предмет. В данной задаче – это грузовой автомобиль, его вес – 8 т. После чего определить остальные величины:

- Масса взрослого человека может быть только 65 кг.
- Масса книги – 300 г.

Заполним таблицу:

А	Б	В	Г
3	1	4	2

Ответ: 3142

Пример 2 [3]

Условие

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ		ЗНАЧЕНИЯ	
А)	рост ребёнка	1)	32 км
Б)	толщина листа бумаги	2)	30 м
В)	протяжённость автобусного маршрута	3)	0,2 мм
		4)	110 см
Г)	высота жилого дома		

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

А	Б	В	Г

Решение

Данная задача на меру длины. Самая маленькая величина – это толщина бумаги (0,2 мм). Самая большая величина – это протяжённость автобусного маршрута – 32 км. Понимаем, что рост ребёнка может быть только 110 см (так как он не может быть ни 32 км, ни 30 м или 0,2 мм). А высота жилого дома – 30 м.

Заполним таблицу:

А	Б	В	Г
4	3	1	2

Ответ: 4312.

Пример 3 [4]

Условие

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|---|------------------|
| А) площадь экрана монитора компьютера | 1) 100 кв. мм |
| Б) площадь города Санкт-Петербурга | 2) 1439 кв. км |
| В) площадь ногтя на пальце взрослого человека | 3) 75 500 кв. км |
| Г) площадь Краснодарского края | 4) 960 кв. см |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

А	Б	В	Г

Решение

Данная задача на меру площади. Очевидно, что самая маленькая величина – это площадь ногтя на пальце взрослого человека (100 кв. мм). Самой большой величиной будет являться площадь Краснодарского края – 75 500 кв. км. Тогда Санкт-Петербурга будет равна 1439 кв. км.

Заполним таблицу:

A	Б	В	Г
4	2	1	3

Ответ: 4213.

Задание 3. Чтение графиков и диаграмм

3.1. Общие вопросы

В спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень) в качестве проверяемого результата обучения применительно к заданию 3 указывается «умение извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках».

Уровень сложности – базовый.

Максимальный балл за выполнение задания – 1.

Примерное время выполнения задания выпускником (мин.) – 5.

Чтобы решить задание 3 по математике базового уровня нужно уметь:

- производить чтение графиков и диаграмм,
- работать с таблицами.

Чтение графиков и диаграмм

Чтение графиков и диаграмм в ЕГЭ подразделяются на

несколько видов:

1. определение величины по графику,
2. определение величины по диаграмме,
3. вычисление величин по графику или диаграмме,
4. определение данных из таблиц.

Работа с таблицами

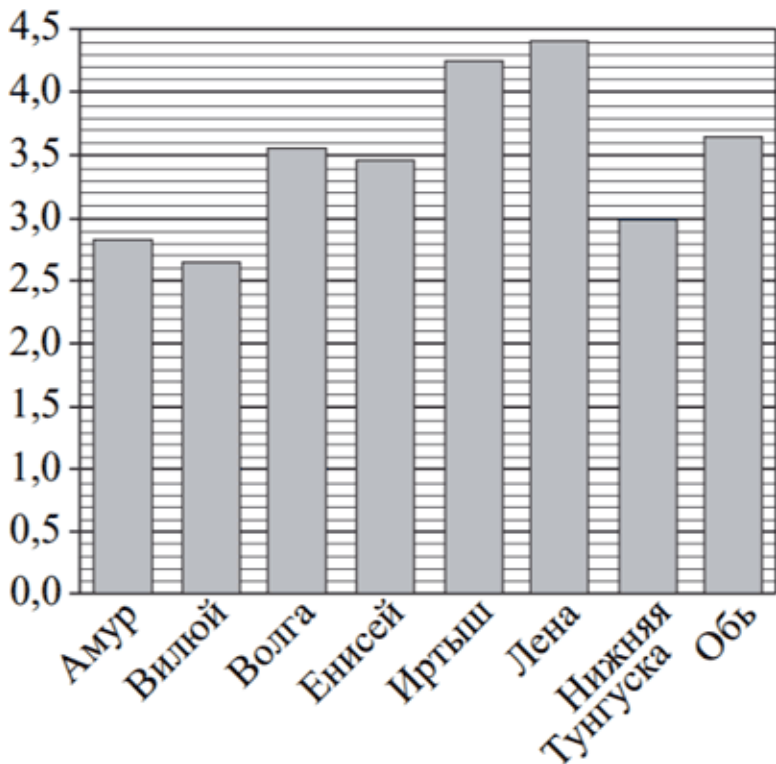
При работе с таблицей необходимо умение сопоставлять данные из одного столбца/строки таблицы с другим.

3.2. Примеры заданий и методика их выполнения

Пример 1 [3]

Условие

На диаграмме приведены данные о длине восьми крупнейших рек России (в тысячах километров). Первое место по длине занимает река Лена.



На каком месте по длине находится река Амур?

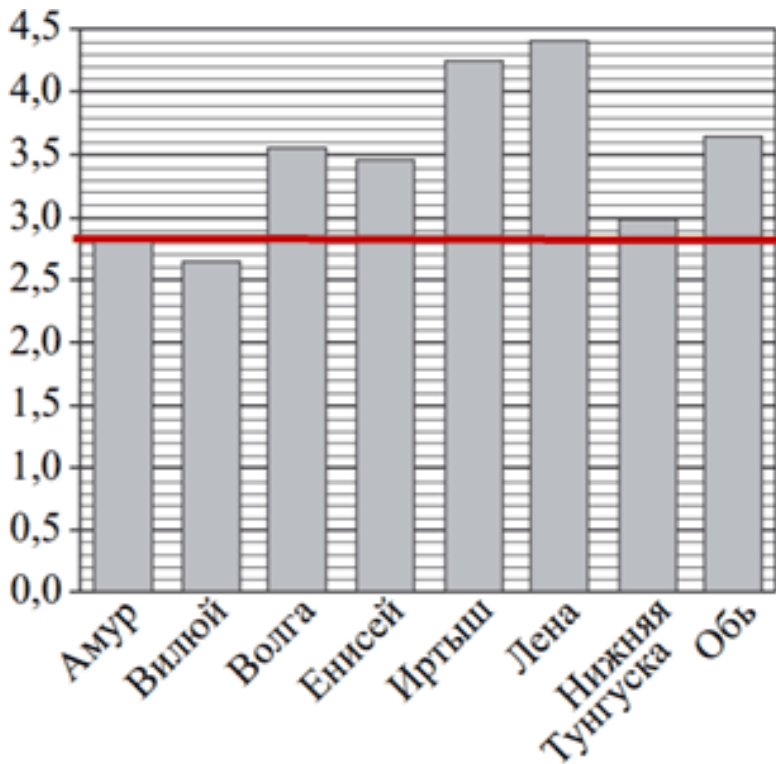
Решение

Судя по данным диаграммы, река Амур имеет длину примерно 2,8 тыс. км. Длине Амура река Волга (3,6 тыс. км), река Енисей (3,4 тыс. км), река Енисей (3,5 тыс. км), река Иртыш (4,3 тыс. км), река Лена (4,4 тыс. км), река Нижняя

Тунгуска (3 тыс. км) и река Обь (3,7 тыс. км). А короче реки Амур только река Вилуй (2,6 тыс. км). Следовательно, если исходить из того, что самая длинная река – Лена стоит на первом месте, то расставим все реки по местам исходя из их длины:

река	Лена	Иртыш	Обь	Волга	Енисей	Нижняя Тунгуска	Амур	Вилуй
длина (тыс. км)	4,4	4,3	3,7	3,6	3,4	3	2,8	2,6
место	1	2	3	4	5	6	7	8

Есть еще более простой способ решить данное задание. Проведём прямую, параллельно горизонтальной оси по высоте реки Амур, и мы видим, что выше реки Амур 6 рек. Таким образом, мы видим, что река Амур находится на 7 месте по своей длине.



Ответ: 7.

Стоит отметить, что при решении подобного рода задач не обязательно производить длинное рассуждение, а просто выполнить краткие пометки в самом КИМе или на черновике.

Пример 2 [3]

Условие

В таблице представлены данные о стоимости некоторой модели смартфона в различных магазинах.

Магазин	Стоимость смартфона (руб.)
«ОК-Техника»	6733
«Скоростной»	7600
«Магия связи»	6559
«Про-фон»	7346
«Смартфон и Ко»	6599
«Прогресс-Э»	7548
«999 телефонов»	6959
«Макропонск»	7049
«Вселенная телефонов»	6850

Найдите наименьшую стоимость смартфона среди представленных предложений. Ответ дайте в рублях.

Решение

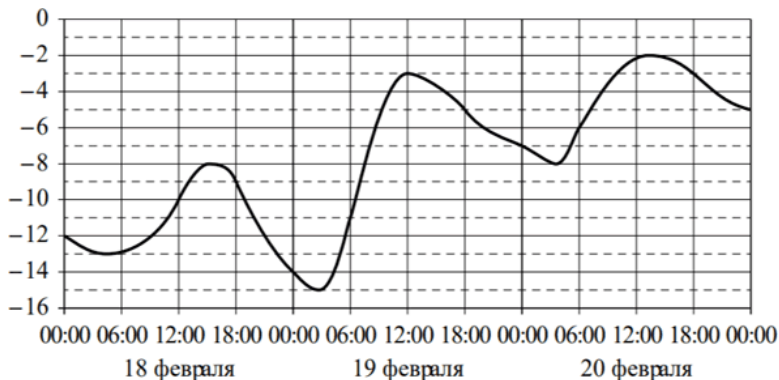
Очевидно, что выбирать наименьшее стоит среди чисел 6733, 6559, 6599, 6959, 6850. Таким числом будет 6559.

Ответ: 6559.

Пример 3 [3]

Условие

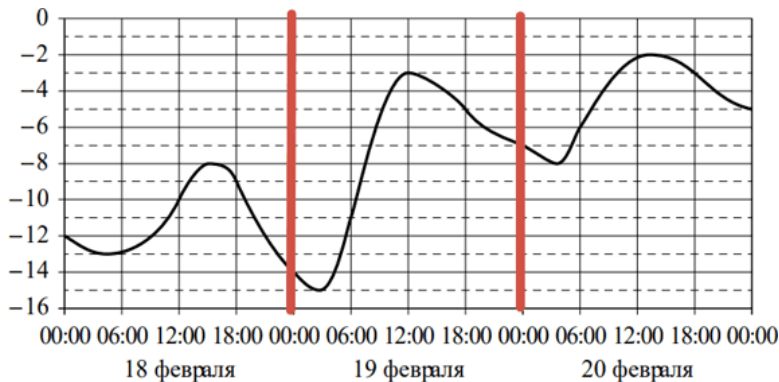
На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. На горизонтальной оси отмечены число, месяц, время суток в часах; на вертикальной оси – значение температуры в градусах Цельсия.



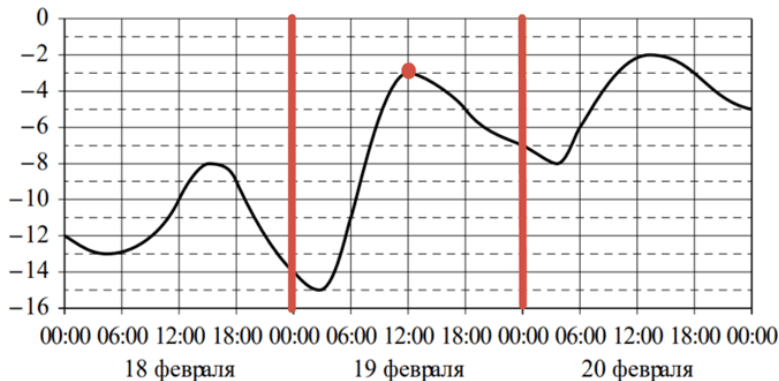
Определите по графику наибольшую температуру воздуха 19 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Решение

Так как нас интересует только 19 февраля, поэтому выделим на графике только область, которая соответствует 19 февраля, и будем работать только с ней.



Таким образом, наша задача сводится к тому, чтобы найти самую высокую точку на выделенной области графика температуры. И эта точка имеет значение -3 .

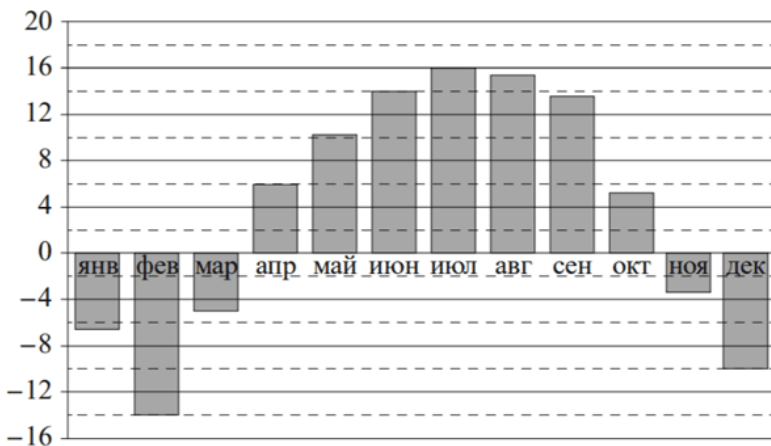


Ответ: – 3.

Пример 4 [4]

Условие

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указаны месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия.

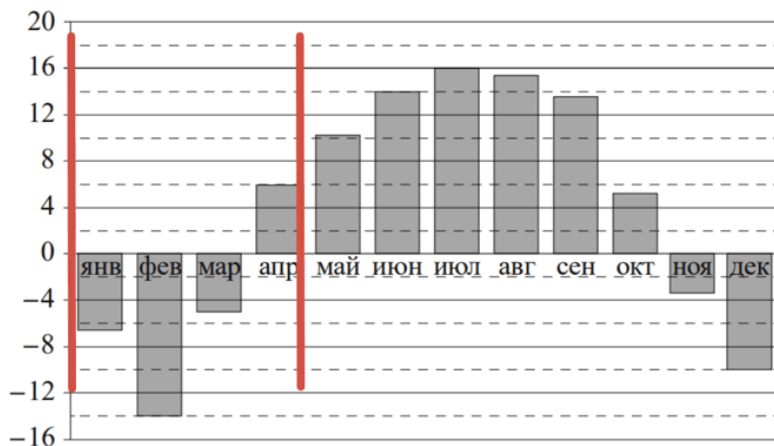


Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в Нижнем Новгороде в период с января по ап-

рель 1994 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Решение

Аналогично предыдущему примеру выделим только нужную часть диаграммы (период с января по апрель).



Таким образом, на выделенной части диаграммы наибольшая среднемесячная температура в апреле. И она равна 6 градусов.

Ответ: 6.

Задание 4. Преобразования выражений. Действия с формулами

4.1. Общие вопросы

В спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень) в качестве проверяемого результата обучения применительно к заданию 4 указывается «умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений, умение решать текстовые задачи разных типов».

Уровень сложности – базовый.

Максимальный балл за выполнение задания – 1.

Примерное время выполнения задания выпускником (мин.) – 4.

Чтобы решить задание 4 по математике базового уровня нужно уметь:

- подставлять данные значения в выражения,
- решать уравнения с одной неизвестной.

Решая некоторые примеры стоит обратить внимание на свойства арифметического квадратного корня и степеней,

а также на таблицу квадратов целых чисел от 0 до 99 (они есть в справочных материалах, приложенных к КИМу).

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Свойства степеней

при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	626	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6565	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

4.2. Примеры заданий и методика их выполнения

Пример 1 [3]

Условие

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите P (в ваттах), если $R = 5$ Ом и $I = 7$ А.

Решение

Подставим известные величины $R = 5$ Ом и $I = 7$ А в формулу $P = I^2 R$, и найдем P :

$$P = 7^2 \cdot 5 = 245.$$

Ответ: 245.

Пример 2 [3]

Условие

Среднее геометрическое трёх чисел: a , b и c – вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геомет-

рическое чисел 5, 25 и 27.

Решение

Подставим известные величины $a = 5$, $b = 25$, $c = 27$ в формулу $g = \sqrt[3]{abc}$, и найдем g :

$$g = \sqrt[3]{5 \cdot 25 \cdot 27} = \sqrt[3]{5 \cdot 5^2 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 3^3} = 5 \cdot 3 = 15.$$

Ответ: 15.

Пример 3 [4]

Условие

Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите площадь S , если $d_1 = 4$, $d_2 = 3$ и $\sin \alpha = 5/6$.

Решение

Подставим известные величины $d_1 = 4$, $d_2 = 3$ и $\sin \alpha = 5/6$ в формулу $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$, и найдем S :

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{5}{6} = 5$$

Ответ: 5.

Задание 5. Начала теории вероятностей

5.1. Общие вопросы

В спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень) в качестве проверяемого результата обучения применительно к заданию 5 указывается «умение вычислять в простейших случаях вероятности событий».

Уровень сложности – базовый.

Максимальный балл за выполнение задания – 1.

Примерное время выполнения задания выпускником (мин.) – 10.

Чтобы решить задание 5 по математике базового уровня необходимо знать:

- классическое определение вероятности,
- что такое противоположные события,
- определение несовместных событий,
- что такое пересечение несовместных событий.

Классическое определение вероятности

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных для A исходов к числу всех равновозможных исходов:

$P(A) = m/n$, где n – общее число равновозможных исходов, m – число исходов, благоприятствующих событию A .

Противоположные события

Событие, противоположное событию A , обозначают \bar{A} . При проведении испытания всегда происходит ровно одно из двух противоположных событий и

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1; P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

Определение несовместных событий

Два события A и B называются несовместными, если отсутствуют исходы, благоприятные одновременно как событию A , так и событию B .

Событие C означает, что произошло хотя бы одно из событий A и B (пишут $C = A \cup B$).

Если события A и B несовместны, то вероятность их объединения равна сумме вероятностей событий A и B :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Пересечение независимых событий

Два события A и B называются независимыми, если вероятность каждого из них не зависит от произойдет или не произойдет другое событие.

Событие C называют пересечение событий A и B (пишут $C = A \cap B$), если событие C означает, что произошли оба события A и B .

Если события A и B независимы, то вероятность их пересечения равна произведению вероятностей событий A и B :

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Определить из условия задачи необходимые величины.

Подставить значения и вычислить вероятность.

5.2. Примеры заданий и методика их выполнения

Пример 1 [3]

Условие

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

Решение

В данной задаче применимо классическое определение теории вероятности. Таким образом, $n = 35$ (общее число равновозможных исходов), $m = 7$ (число исходов, благоприятствующих событию A), так как по условию и России участвует 7 спортсменов. Следовательно, запишем решение задачи:

$$P(A) = 7/35 = 1/5 = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

Пример 2 [3]

Условие

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

Решение

1. Для начала вычислим количество исправных лампочек:

$$100 - 3 = 97.$$

2. Таким образом, мы понимаем, что из 100 лампочек 97 исправны и 3 неисправны, т.е., $n = 100$, а $m = 97$. Тогда воспользовавшись формулой классической теории вероятности, найдем решение задачи:

$$P(A) = 97/100 = 0,97.$$

Данную задачу можно решить еще одним способом.

1. Найдём вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется неисправной:

$$P(A) = 3/100 = 0,3.$$

2. А так как нам нужно найти вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной, т.е., событие, противоположное событию $P(A)$, то воспользуемся формулой для нахождения события, противоположного данному:

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,97.$$

Ответ: 0,97.

Пример 3 [4]

Условие

Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 50 докладов: первые два дня – по 13 докладов, остальные доклады распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора К. Порядок докладов определяется случайным образом. Какова вероятность того, что доклад профессора К. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение

1. Выясним, сколько докладов будет представлено в каждый из 4-х дней конференции (так как всего запланировано 50 докладов: первые два дня – по 13 докладов, остальные доклады распределены поровну между третьим и четвёртым днями, то в третий и четвёртый день будет представлено по $(50 - 13 - 13) : 2 = 12$ докладов). Выпишем подробнее:

- в первый день – 13;
- во второй день – 13;
- в третий день – 12;
- в четвертый день – 12.

2. Воспользуемся формулой классической теории вероятности. В данном случае $n = 50$, а $m = 12$:

$$P(A) = 12/50 = 0,24.$$

Ответ: 0,24.

Задание 6. Выбор оптимального варианта

6.1. Общие вопросы

В спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2023 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень) в качестве проверяемого результата обучения применительно к заданию 6 указывается «умение извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках».

Уровень сложности – базовый.

Максимальный балл за выполнение задания – 1.

Примерное время выполнения задания выпускником (мин.) – 11.

Чтобы решить задание 6 по математике базового уровня необходимо уметь:

- собирать комплект,
- выбирать наилучший варианта из двух/трех/четырех возможных вариантов.

6.2. Примеры заданий и методика их выполнения

Пример 1 [3]

Условие

Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Номер переводчика	Язык	Стоимость услуг (руб. в день)
1	Немецкий, испанский	7000
2	Английский, немецкий	6000
3	Английский	3000
4	Английский, французский	6000
5	Французский	2000
6	Испанский	4000

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000

рублей в день.

В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков (без пробелов, запятых и других дополнительных символов)

Решение

Для решения данного задания необходимо собрать комплект из четырех переводчиков, при этом суммарная стоимость их услуг не должна превышать 12 000 рублей в день. Таким образом, переберем все возможные варианты:

- 1 (Немецкий, испанский), 3 (Английский), 5 (Французский): $7000 + 3000 + 2000 = 12000$;
- 1 (Немецкий, испанский), 4 (Английский, французский): $7000 + 6000 = 13000$;
- 2 (Английский, немецкий), 5 (Французский), 6 (Испанский): $6000 + 2000 + 4000 = 12000$.

Другие комбинаций составить невозможно.

Очевидно, нам подходят комбинация 135 и 256. При этом ответ предполагает любую из данных комбинаций, также цифры могут быть тоже записаны в любом порядке.

Ответ: 135 < или > 153 < или > 315 < или > 513 < или > 531 < или > 256 < или > 265 < или > 526 < или > 562 < или > 625 < или > 652.

Пример 2 [3]

Условие

В таблице приведены данные о шести чемоданах.

Номер чемодана	Длина (см)	Высота (см)	Ширина (см)	Масса (кг)
1	65	40	25	19
2	84	72	49	24
3	92	80	36	23
4	75	60	45	25
5	83	65	48	22,5
6	95	75	42	20

По правилам авиакомпании сумма трёх измерений (длина, высота, ширина) чемодана, сдаваемого в багаж, не должна превышать 203 см, а масса не должна быть больше 23 кг. Какие чемоданы можно сдать в багаж по правилам этой авиакомпании? В ответе укажите номера всех выбранных чемоданов (без пробелов, запятых и других дополнительных символов).

Решение

В первую очередь необходимо выбрать чемоданы, вес которых удовлетворяет условию, т.е., не больше 23 кг. Это чемоданы под номером 1, 3, 5 и 6. После чего выполним сложение их величин (длины, ширины и высоты) и сравним с числом 203:

$$\text{Чемодан № 1: } 65 + 40 + 25 = 130 < 203$$

$$\text{Чемодан № 3: } 92 + 80 + 36 = 208 > 203$$

$$\text{Чемодан № 5: } 83 + 65 + 48 = 196 < 203$$

Чемодан № 6: $95 + 75 + 42 = 212 > 203$

Таким образом, нам подходят чемодан под номером 1 и 5.

Ответ: $15 <$ или > 51 .

Пример 3 [3]

Условие

Строительная фирма планирует купить 70 м^3 пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за 1 м^3)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2600	10 000	Нет
Б	2800	8000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2700	8000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная

Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Решение

Поочерёдно вычислим сколько нужно будет заплатить каждому из поставщиков за 70 м^3 пеноблоков:

$$\text{Поставщик А: } 2600 \cdot 70 = 182000$$

$$\text{С учётом доставки: } 182000 + 10000 = 192000$$

$$\text{Поставщик Б: } 2800 \cdot 70 = 196000$$

Доставка бесплатная, так как сумма товара свыше 150000

$$\text{Поставщик В: } 2700 \cdot 70 = 189000$$

$$\text{С учётом доставки: } 189000 + 8000 = 197000.$$

Очевидно, что самый дешёвый вариант – это заказать 70 м^3 пеноблоков у поставщика А за 192000 руб.

Ответ: 192000.

Пример 4 [4]

Условие

Рейтинговое агентство определяет рейтинг электрических фенов для волос на основе средней цены P (в рублях за штуку), а также показателей функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны цены и показатели четырёх моделей фенов.

Модель фена	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	2100	3	4	2
Б	2200	4	3	1
В	2000	4	3	0
Г	1700	2	4	1

Найдите наименьший рейтинг фена из представленных в таблице моделей.

Решение

Поочерёдно вычислим рейтинг каждого представленного в таблице фена:

$$\text{Фен А: } R = 3(3 + 4) + 2 - 0,01 \cdot 2100 = 23 - 21 = 2$$

$$\text{Фен Б: } R = 3(4 + 3) + 1 - 0,01 \cdot 2200 = 22 - 22 = 0$$

$$\text{Фен В: } R = 3(4 + 3) + 0 - 0,01 \cdot 2000 = 21 - 20 = 1$$

$$\text{Фен Г: } R = 3(2 + 4) + 1 - 0,01 \cdot 1700 = 19 - 17 = 2.$$

Наименьший рейтинг у фена Б, он равен 0.

Ответ: 0.

Задание 7. Анализ графиков и диаграмм

7.1. Общие вопросы

В спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень) в качестве проверяемого результата обучения применительно к заданию 7 указывается «умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, определять значение функции по значению аргумента; описывать по графику поведение и свойства функции».

Уровень сложности – базовый.

Максимальный балл за выполнение задания – 1.

Примерное время выполнения задания выпускником (мин.) – 7.

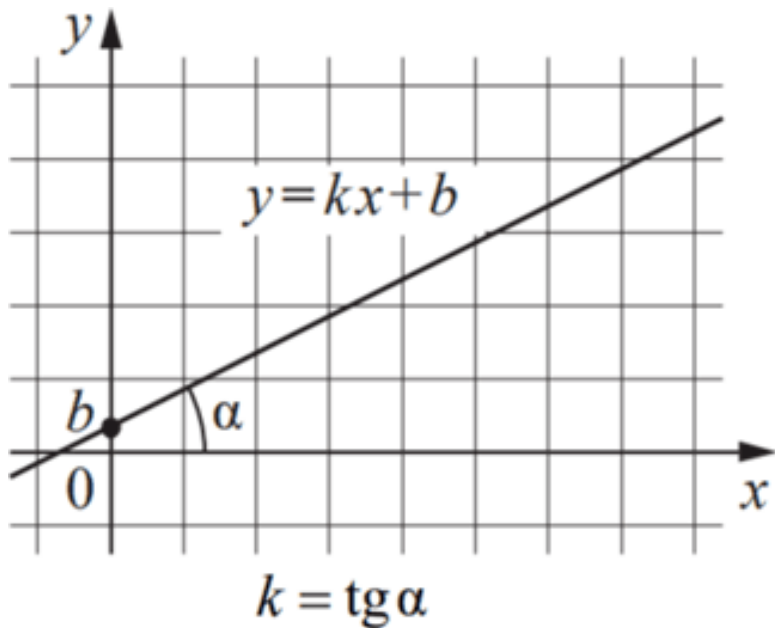
Чтобы решить задание 7 по математике базового уровня необходимо знать:

- что такое линейная функция и её график;
- что такое производная функции;
- геометрический смысл производной;
- как исследовать график функции.

Линейная функция

Линейная функция (прямая) имеет вид $y = kx + b$, где k – угловой коэффициент, который характеризует угол, который образует прямая $y = kx + b$ положительным направлением оси Ox . Если $k > 0$, то этот угол острый; если $k < 0$, то – тупой; если $k = 0$, то прямая параллельна оси Ox или совпадает с ней.

Угловой коэффициент касательной равен тангенсу угла наклона касательной с положительным направлением оси абсцисс $k = \operatorname{tg} \alpha$, где α – угол наклона касательной.



Также для удобства составим таблицу, которая будет демонстрировать зависимость коэффициента k от угла наклона прямой:

α	k
$\alpha = 0^\circ$	$k = 0$
$0^\circ < \alpha < 45^\circ$	$0 < k < 1$
$\alpha = 45^\circ$	$k = 1$
$45^\circ < \alpha < 90^\circ$	$k > 1$
$90^\circ < \alpha < 135^\circ$	$k < -1$
$\alpha = 135^\circ$	$k = -1$
$135^\circ < \alpha < 180^\circ$	$-1 < k < 0$

Производная функции

Производной функции в точке называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, если приращение аргумента стремится к нулю и если этот предел существует

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Геометрический смысл производной функции

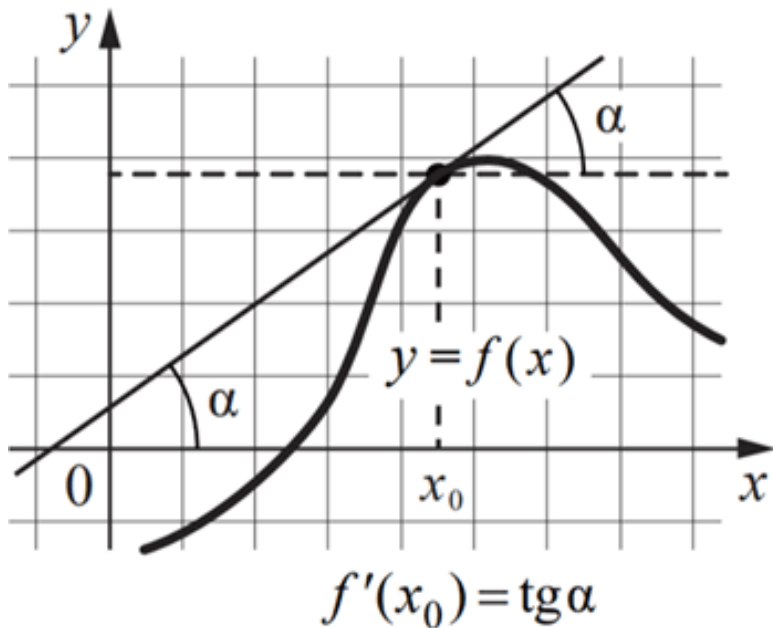
Знание углового коэффициента касательной к графику функции позволяет ответить на некоторые вопросы при исследовании функции.

Значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 равно угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в точке с абсциссой x_0 :

$$f'(x) = k.$$

Если производная функции $y = f(x)$ в точке x_0 равна нулю, то касательная, проведенная к графику этой функции в точке с абсциссой x_0 , параллельна оси абсцисс или совпадает с ней. Так как угловой коэффициент касательной равен тангенсу угла наклона касательной с положительным направлением оси абсцисс $k = \operatorname{tg} \alpha$, то

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha.$$

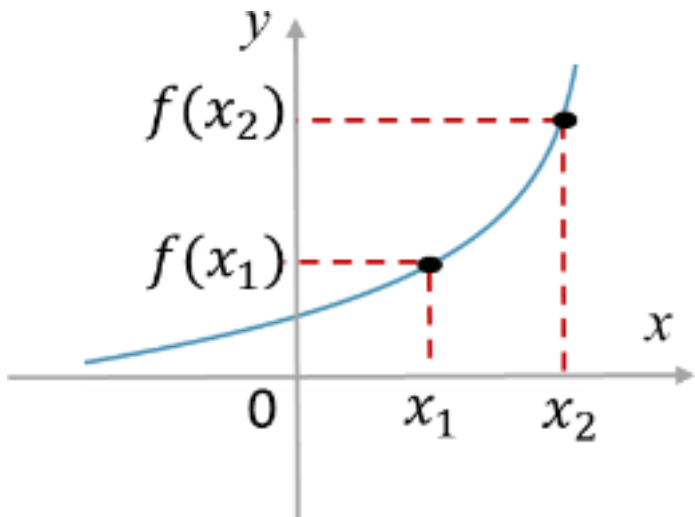


Исследование функции

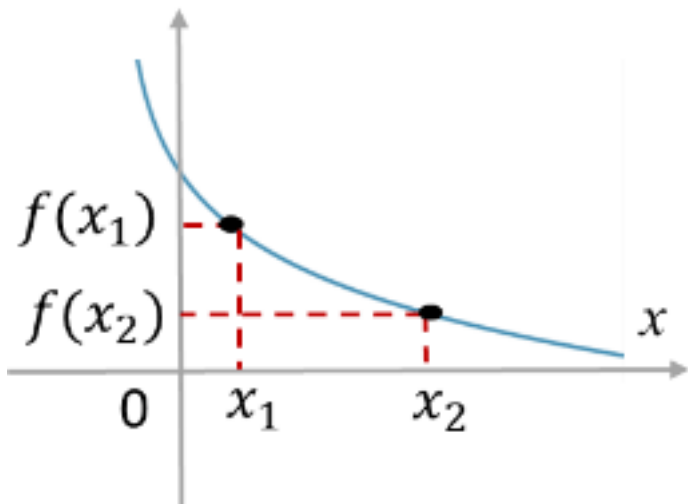
*Промежутки монотонности функции
(промежутки возрастания и убывания функции)*

Функция $y = f(x)$ называется возрастающей на интервале $(a;b)$, если для любых x_1 и x_2 из этого интервала таких, что

$x_1 < x_2$, справедливо неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

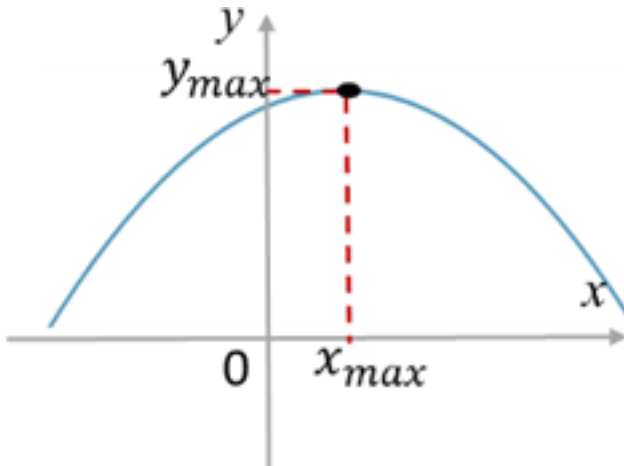


Функция $y = f(x)$ называется убывающей на интервале $(a;b)$, если для любых x_1 и x_2 из этого интервала таких, что $x_1 < x_2$, справедливо неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

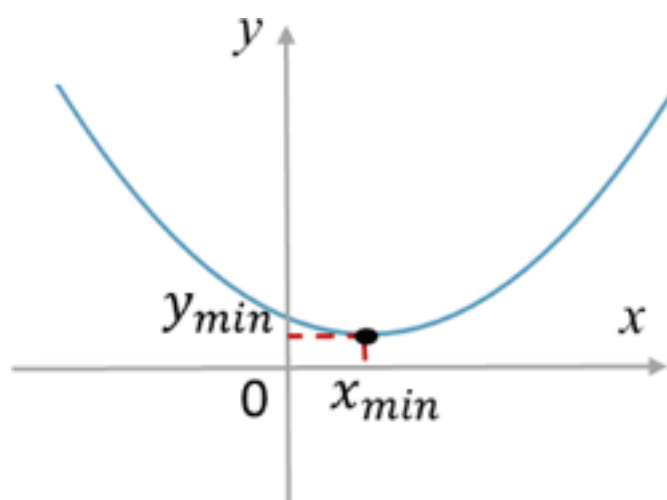


***Точки экстремума (точки
максимума и минимума функции)***

Точка x_{max} области определения функции называется точкой максимума, если для всех x из некоторой окрестности этой точки справедливо неравенство $f(x) < f(x_{max})$. Значение $y_{max} = f(x_{max})$ называется максимумом этой функции.



Точка x_{min} области определения функции называется точкой минимума, если для всех x из некоторой окрестности этой точки справедливо неравенство $f(x) > f(x_{min})$. Значение $y_{max} = f(x_{min})$ называется минимумом этой функции.



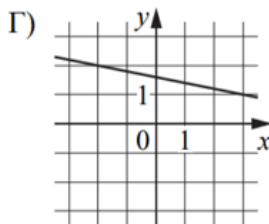
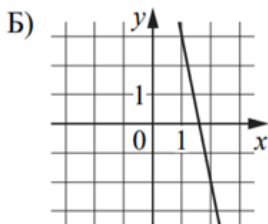
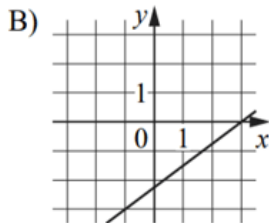
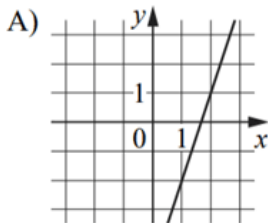
7.2. Примеры заданий и методика их выполнения

Пример 1 [4]

Условие

На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и значениями их производной в точке $x = 1$.

ГРАФИКИ



ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

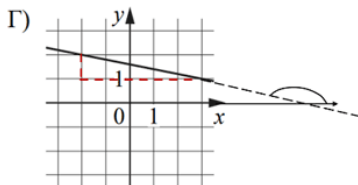
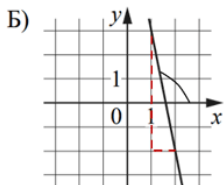
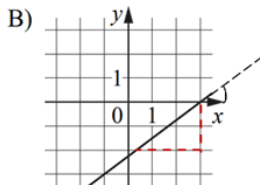
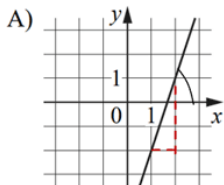
- 1) 0,75
- 2) -0,2
- 3) 3
- 4) -5

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

Решение

Данное задание можно решить наглядно, найдя значение производной. Затем учесть, что оно равно угловому коэффициенту касательной, проведённой в этой точке. Так как угловой коэффициент касательной равен тангенсу угла наклона касательной с положительным направлением оси абсцисс $k = \operatorname{tg} \alpha$, то мы можем достроить все прямые до прямоугольного треугольника и найти тангенс угла наклона:



Так тангенс прямоугольного треугольника – это отношение противолежащего катета к прилежащему, найдем поочерёдно значение k для каждой из прямых:

А) $k = 3/1 = 3$, так как $45^\circ < \alpha < 90^\circ$, $k < -1$, следовательно $k = 3$

Б) $k = 5/1 = 5$, так как $90^\circ < \alpha < 135^\circ$, $k < -1$, следовательно $k = -5$

В) $k = 3/3 = 0,75$, так как $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, $k < -1$, следовательно $k = 0,75$

Г) $k = 1/5 = 0,2$, так как $135^\circ < \alpha < 180^\circ$, $-1 < k < 0$, следовательно $k = -0,2$

Заполним таблицу:

А	Б	В	Г
3	4	1	2

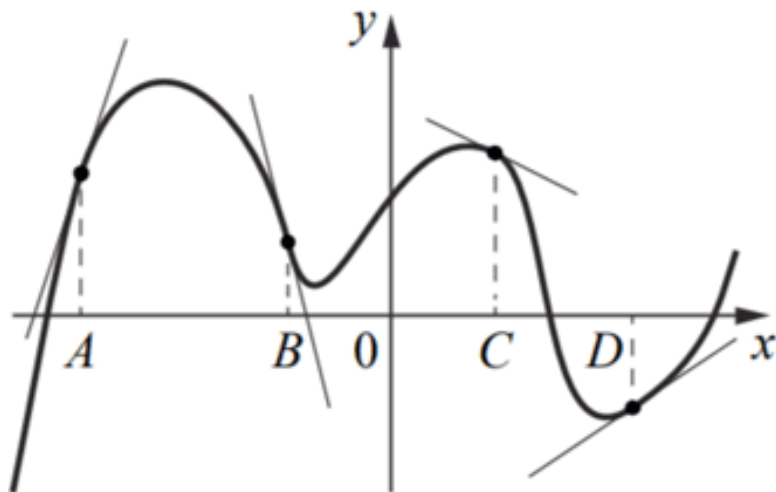
Ответ: 3412.

Пример 2 [3]

Условие

На рисунке изображены график функции и касательные,

проведённые к нему в точках с абсциссами A , B , C и D .



В правом столбце указаны значения производной функции в точках A , B , C и D . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

ТОЧКИ

ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

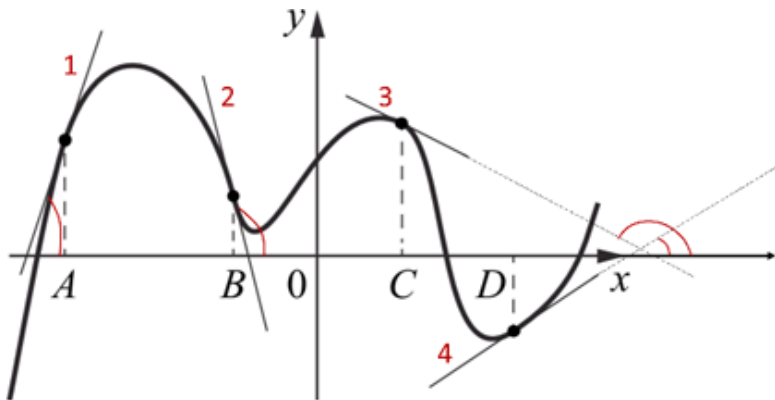
A	1)	-4
B	2)	3
C	3)	$\frac{2}{3}$
D	4)	$-0,5$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

A	B	C	D

Решение

Так как значение производной равно угловому коэффициенту касательной, проведённой в этой точке. Поэтому определим угловые коэффициенты для каждой из прямых. Для удобства пронумеруем их на рисунке и покажем угол наклона каждой прямой с положительным направлением оси Ox :



Составим таблицу, в которой определим коэффициент угла наклона каждой прямой

Прямая	Коэффициент		
	Знак	Угол	Значение
1	$k > 0$, знак «+»	$45^\circ < \alpha < 90^\circ$	3
2	$k < 0$, знак «-»	$90^\circ < \alpha < 135^\circ$	-4
3	$k < 0$, знак «-»	$135^\circ < \alpha < 180^\circ$	-0,5
4	$k > 0$, знак «+»	$0^\circ < \alpha < 45^\circ$	$\frac{2}{3}$

Заполним таблицу:

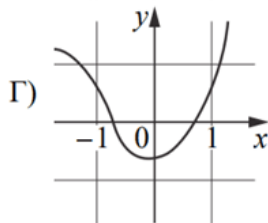
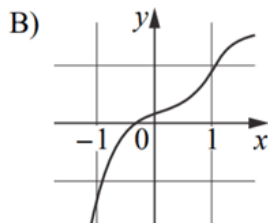
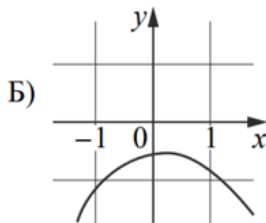
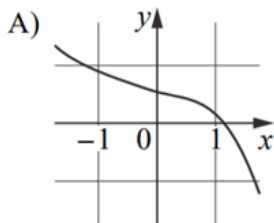
A	B	C	D
2	1	4	3

Ответ: 2143.

Пример 3 [3]

Условие

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке $[-1; 1]$.



ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) Функция имеет точку максимума на отрезке $[1; 1]$.
- 2) Функция имеет точку минимума на отрезке $[1; 1]$.
- 3) Функция возрастает на отрезке $[1; 1]$.
- 4) Функция убывает на отрезке $[1; 1]$.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

Решение

Рассмотрим подробнее каждую из представленных функций:

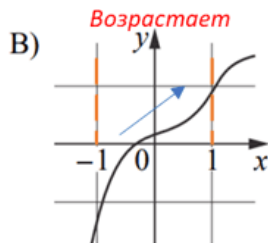
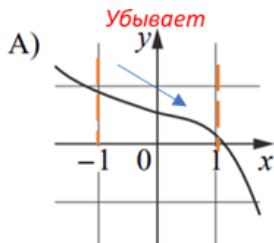
А) Данная функция убывает на отрезке $[-1; 1]$, так как $f(-1) > f(1)$.

Б) Данная функция имеет точку максимума на отрезке $[-1; 1]$.

В) Данная функция возрастает на отрезке $[1; 1]$, так как $f(-1) < f(1)$.

Г) Данная функция имеет точку минимума на отрезке $[1; 1]$.

Подтвердим данные утверждения дополнительными обозначениями на рисунке:



Заполним таблицу:

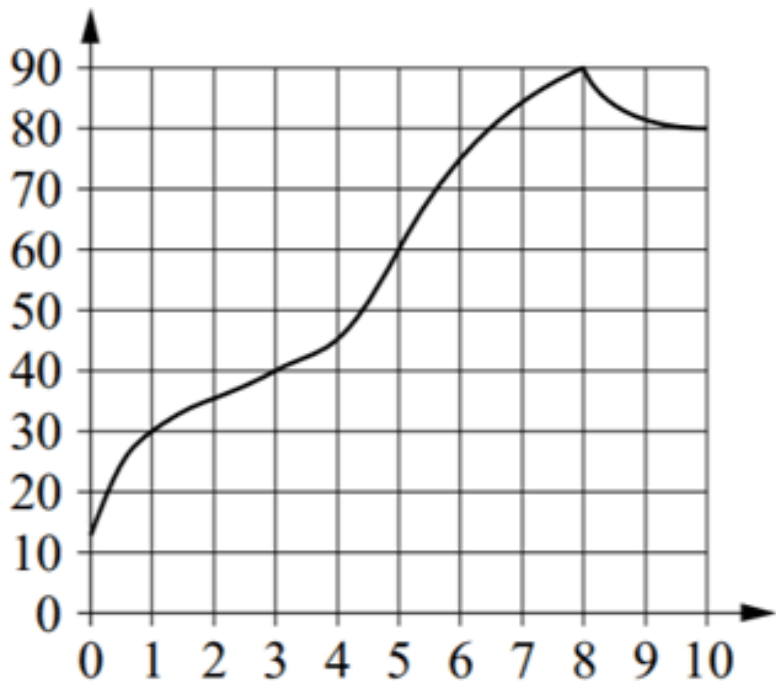
А	Б	В	Г
4	1	3	2

Ответ: 4132.

Пример 4 [3]

Условие

На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя; на вертикальной оси – температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

ХАРАКТЕРИСТИКИ

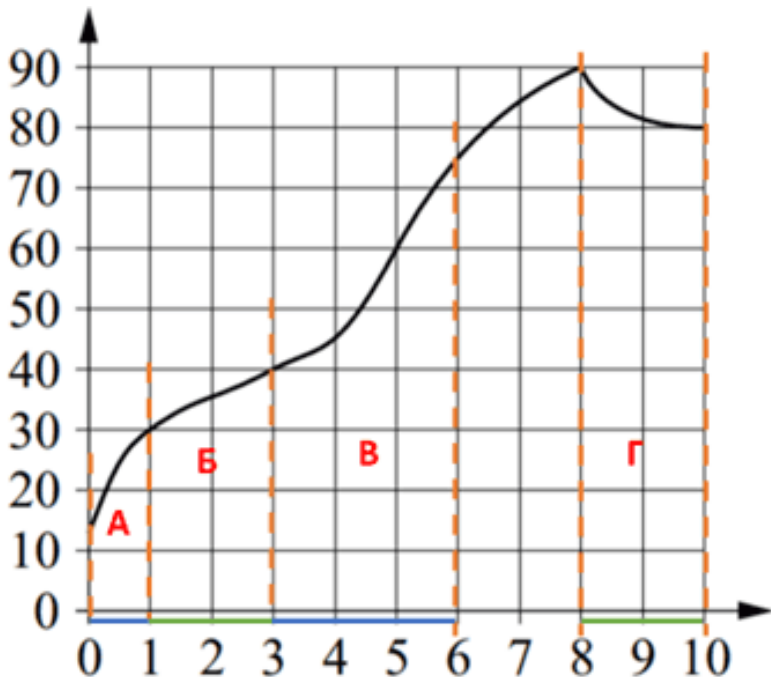
А) 0–1 мин.	1) Рост температуры был самым медленным
Б) 1–3 мин.	2) Температура падала
В) 3–6 мин.	3) Температура находилась в пределах от 40°C до 80°C
Г) 8–10 мин.	4) Температура не превышала 30°C

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер

А	Б	В	Г

Решение

При решении подобного задания будет удобно выделить на графике нужные интервалы, и посмотреть, то как ведет себя график на конкретном интервале:



Таким образом, очевидно, что на интервале **А** температура не превышала 30°C , на интервале **Б** рост температуры был самым медленным, на области **В** температура находилась в пределах от 40°C до 80°C , а в области **Г** температура падала. Заполним таблицу:

A	Б	В	Г
4	1	3	2

Ответ: 4132.

Задание 8. Анализ утверждений

8.1. Общие вопросы

В спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень) в качестве проверяемого результата обучения применительно к заданию 8 указывается «умение проводить доказательные рассуждения».

Уровень сложности – базовый.

Максимальный балл за выполнение задания – 1.

Примерное время выполнения задания выпускником (мин.) – 8.

Чтобы решить задание 8 по математике базового уровня необходимо уметь:

- внимательно читать вводную информацию, состоящую из двух или трех предложений;
- оценить правильность четырех высказываний, затем делать вывод.

Зачастую для более наглядного представления условия задачи рекомендую делать опорные рисунки.

8.2. Примеры заданий и методика их выполнения

Пример 1 [3]

Условие

В классе учится 20 человек, из них 13 человек посещают кружок по истории, а 10 – кружок по математике. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Каждый ученик этого класса посещает оба кружка.
- 2) Найдётся хотя бы двое учеников из этого класса, посещающих оба кружка.
- 3) Если ученик из этого класса ходит на кружок по истории, то он обязательно ходит на кружок по математике.
- 4) Не найдётся 11 человек из этого класса, которые посещают оба кружка.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.