

Фрэнк Вильчек
ЛАУРЕАТ НОБЕЛЕВСКОЙ ПРЕМИИ ПО ФИЗИКЕ

красота физики

постигая
устройство
природы

АНФ



Династия

Фрэнк Вильчек

**Красота физики. Постигая
устройство природы**

«Альпина Диджитал»

2015

Вильчек Ф.

Красота физики. Постигая устройство природы / Ф. Вильчек —
«Альпина Диджитал», 2015

Верно ли, что красота правит миром? Этим вопросом на протяжении всей истории человечества задавались и мыслители, и художники, и ученые. На страницах великолепно иллюстрированной книги своими размышлениями о красоте Вселенной и научных идей делится Нобелевский лауреат Фрэнк Вильчек. Шаг за шагом, начиная с представлений греческих философов и заканчивая современной главной теорией объединения взаимодействий и направлениями ее вероятного развития, автор показывает лежащие в основе физических концепций идеи красоты и симметрии. Герои его исследования – и Пифагор, и Платон, и Ньютон, и Максвелл, и Эйнштейн. Наконец, это Эмми Нётер, которая вывела из симметрий законы сохранения, и великая плеяда физиков XX в. В отличие от многих популяризаторов, Фрэнк Вильчек не боится формул и умеет «на пальцах» показать самые сложные вещи, заражая нас юмором и ощущением чуда.

© Вильчек Ф., 2015

© Альпина Диджитал, 2015

Содержание

Руководство пользователя	7
Вопрос	8
Духовная космология	9
Героические приключения	10
Квантовое завершение	13
Разновидности красоты	15
Понятия и реальности; Разум и материя	16
Новые идеи и интерпретации	19
Пифагор I: Мысль и объект	20
Эфемерный Пифагор	20
Настоящий Пифагор	21
«Число есть сущность всех вещей»	22
Теорема Пифагора	23
Доказательство Гвидо	24
Забава Гвидо	24
Доказательство Эйнштейна (?)	24
Отполированная драгоценность	25
Прекрасная насмешка	25
Мысль и объект	27
Пифагор II: Число и гармония	28
Гармония, число и длина: поразительная связь	29
Гармония, число и вес: поразительная связь	30
Открытия и мировоззрение	31
Послание – в частоте	32
Теория гармонии	34
Платон I: Структура из симметрии – платоновы тела	37
Правильные многоугольники	39
Платоновы тела	40
Предыстория	41
Вдохновляющая идея Евклида	43
Платоновы тела как атомы	45
Структура из симметрии	46
Экономия средств	47
Молодой Кеплер и музыка сфер	48
Глубокие истины	50
Тайная вечеря Дали	50
Конец ознакомительного фрагмента.	51

Фрэнк Вильчек

Красота физики. Постигая устройство природы

Переводчики *Виктория Краснянская, Мария Томс*

Научные редакторы *Андрей Варламов, д. ф.-м. н.; Сергей Парновский, д. ф.-м. н.*

Редактор *Игорь Лисов*

Руководитель проекта *И. Серёгина*

Корректоры *Е. Аксёнова, М. Миловидова*

Компьютерная верстка *А. Фоминов*

Дизайн обложки *Ю. Буга*

© Frank Wilczek, 2015

All rights reserved.

© Издание на русском языке, перевод, оформление. ООО «Альпина нон-фикшн», 2016

Все права защищены. Произведение предназначено исключительно для частного использования. Никакая часть электронного экземпляра данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, включая размещение в сети Интернет и в корпоративных сетях, для публичного или коллективного использования без письменного разрешения владельца авторских прав. За нарушение авторских прав законодательством предусмотрена выплата компенсации правообладателя в размере до 5 млн. рублей (ст. 49 ЗОАП), а также уголовная ответственность в виде лишения свободы на срок до 6 лет (ст. 146 УК РФ).

* * *



Эту работу выполнил специально для «Красоты физики» Хэ Шуйфа, современный мастер традиционного китайского искусства и каллиграфии, известный энергией и нежностью своей кисти и духовной глубиной образов природы, цветов и птиц. Перевод надписи звучит примерно так: «Двойная рыбка тайцзи – это сущность китайской культуры. Этот рисунок выполнил Хэ Шуйфа у озера в начале зимы».

Две играющие рыбки символа тайцзи оживают на рисунке Хэ Шуйфа. Инь и ян напоминают двух карпов, играющих вместе, и мы можем видеть их глаза и даже угадать намеки на плавники. В Хэнани, на Желтой реке, есть водопад «Ворота нефритового дракона», или «Юйлун Мэнь». Карпы пытаются перепрыгнуть порог, хотя им это очень трудно сделать, и те, кому удастся, превращаются в счастливых драконов. С некоторой долей юмора мы можем соотнести это событие с превращением виртуальной частицы в реальную. Это очень важный квантовый процесс, который, как мы сейчас полагаем, лежит в основе структуры Вселенной (см. цветные вклейки ХХ и ААА). Мы также можем увидеть в этих карпах себя и в их упорстве – наше стремление к истине и поиск понимания.

Моей семье и друзьям

Руководство пользователя

- «Временные ряды» по большей части концентрируются на событиях, затронутых или упомянутых в книге. Они для того, для чего обычно бывают временные ряды (хронология событий). Они не должны быть и не являются полной историей чего-либо.

- Раздел «Термины» содержит определения, объяснения и обсуждения ключевых терминов и понятий, встречающихся в основном тексте. Как вы можете догадаться по его размеру, это больше, чем просто глоссарий. Он включает альтернативный взгляд на многие идеи в тексте, а некоторые из них развивает в других направлениях.

- Раздел «Примечания» содержит материал, который мог бы в случае научной книги или статьи помещаться в подстрочных примечаниях. Он одновременно уточняет текст и содержит дополнительные технические ссылки по некоторым вопросам. Также в этом разделе вы найдете пару стихотворений.

- Короткий раздел «Рекомендуемая литература» – это не банальный список научно-популярных книг или учебников, а тщательно подобранный набор рекомендаций для дальнейших изысканий в духе книги, с упором на первоисточники.

Я надеюсь, вы уже насладились оформлением обложки и фронтисписом, которые превосходно задают тон нашей медитации.

Также есть «Руководство пользователя», но это вы и так знаете.

Вопрос

Эта книга – длинная медитация, или размышление, над одним-единственным вопросом: «Воплощает ли наш мир красивые идеи?»

Наш Вопрос может показаться странным. Идеи – это одно, а физические тела – совсем другое¹. Что значит «воплощать» в применении к «идее»?

Воплощение идей – задача творческих людей. Начиная с призрачных замыслов, художники создают физические объекты (или квазифизические произведения, такие как музыкальные партитуры, которые затем преобразуются в звуки). Значит, наш Вопрос близок к следующему:

«Является ли мир произведением искусства?»

Поставленный таким образом, наш Вопрос приводит нас к другим вопросам. Если мир можно считать произведением искусства, хорошо ли удалось это произведение? Красив ли наш физический мир, если считать его произведением искусства? Для познания нашего физического мира мы призываем на помощь работы ученых, но, чтобы отдать должное нашим вопросам, мы также должны обратиться к проницательности и достижениям художников-импрессионистов.

¹ В английском языке слово «воплощать» происходит от корня *body*, т. е. «тело», а не от «плоти», как в русском. – *Прим. пер.*

Духовная космология

Наш Вопрос выглядит наиболее естественным в рамках духовной космологии. Если сильный и могущественный Творец создал мир, возможно что Им – или Ею, или Ими, или Этим – руководило именно желание создать что-то красивое. Эта идея представляется естественной, но, несомненно, *не* является общепринятой для большинства религиозных традиций. Создателю приписывали множество мотивов, но редко можно заметить среди них творческие амбиции.

В авраамических религиях общепринятой доктриной считается, что Творец намеревался воплотить некоторую смесь добродетели и праведности, а также создать памятник своему великолепию. Анимистические и политеистические религии предусматривают наличие существ и богов, которые создают разные части физического мира и управляют ими по самым разнообразным причинам – от благожелательности до похоти и до беззаботного восторга.

В теологии более высокого уровня иногда говорят, что мотивы Создателя настолько грандиозны, что ограниченный человеческий интеллект не может надеяться их постичь. Вместо этого нам даны частичные откровения, в которые надо верить, а не понимать. Или, возможно, Бог – это Любовь. Ни одна из этих общепринятых теорий, противоречащих друг другу, не предлагает убедительных причин, чтобы ожидать, что мир воплощает красивые идеи; так же они и не предполагают, что нам следует стремиться обнаружить такие идеи. Красота может быть частью их истории создания мира, но обычно это побочная часть вопроса, а не его суть.

Тем не менее многие творческие личности находили вдохновение в идее о том, что Создатель мог быть, кроме всего прочего, художником, чьи эстетические мотивы мы способны понять и разделить, – или даже в дерзком предположении, что Создатель – *главным образом* художник. Такие личности затрагивали наш Вопрос в его разнообразных и меняющихся формах в течение многих веков. Вдохновленные этим, они создали глубокую философию, великие науки, выдающиеся литературные произведения и поразительные скульптуры. Некоторые создали произведения, в которых сочетается несколько перечисленных свойств или даже все. Эти работы – золотая жила, проходящая через всю нашу цивилизацию.

Галилео Галилей положил красоту физического мира в основу своей собственной глубокой веры и всем ее рекомендовал:

Величие и торжество Бога изумительно сияет во всех Его творениях,
и именно оно читается прежде всего в раскрытой книге небес.

...И так же поступили Иоганн Кеплер, Исаак Ньютон и Джеймс Клерк Максвелл. Для всех этих исследователей найти красоту, воплощенную в физическом мире, отражающую величие Бога, было целью поисков. Это вдохновляло их работу и освящало их любознательность. И благодаря их открытиям их вера вознаграждалась.

В то время как наш Вопрос находит поддержку в духовной космологии, он заслуживает внимания и сам по себе. И хотя положительный ответ может внушить божественную интерпретацию, она не обязательна.

Мы вернемся к этим мыслям к концу нашей медитации, и к тому времени мы будем гораздо лучше подготовлены, чтобы оценить их. А пока пусть мир говорит сам за себя.

Героические приключения

Как у искусства, так и у представления о мире как о произведении искусства есть история и развивающиеся стандарты. В истории искусства мы привыкли к идее о том, что уже созданные направления не устаревают: принадлежащие к ним произведения по-прежнему приносят наслаждение, а кроме того, предлагают важный контекст для дальнейшего развития. Хотя эта идея куда менее распространена в науке, где у нее имеются значительные ограничения, исторический подход к нашему Вопросу имеет много преимуществ. Он позволяет нам – более того, заставляет нас – идти от простых идей к более сложным. В то же время, исследуя, как великие мыслители боролись за истину и зачастую сбивались с пути, мы можем понять, как первоначальная «странность» идей стала – через привычку – слишком «очевидной» и удобной. И последнее, хотя ни в коем случае не наименее важное: мы, люди, особенно хорошо приспособлены воспринимать информацию в форме историй и рассказов, ассоциировать идеи с именами и лицами, а также находить захватывающими рассказы о конфликтах и об их разрешении, даже если это конфликт идей и всё обходится без кровопролития. (На самом деле не всегда...)

По этой причине мы для начала споем песнь героям: Пифагору, Платону, Филиппо Брунеллески, Ньютону, Максвеллу. (Далее появится и главная героиня, Эмми Нётер.) Этими именами назывались реально существовавшие – и очень интересные! – люди. Но для нас они не просто люди, но также легенды и символы. Я описал их такими, как я думаю о них, таким образом делая акцент на ясность и простоту в ущерб научной точности в мелочах. Здесь биография – это средство, а не цель. Каждый герой продвигает вперед нашу медитацию на несколько шагов:

- *Пифагор* в своей известной теореме о прямоугольных треугольниках открыл наиболее фундаментальные связи между числами, с одной стороны, и размерами и формами – с другой. Так как Число – это чистейший плод Разума, в то время как Размер – это простейшая характеристика Материи, то это открытие обнаружило скрытое единство между Разумом и Материей.

Пифагор также открыл в законах о струнных инструментах простую и удивительную связь между числами и музыкальной гармонией. Это открытие завершает троицу Разум – Материя – Красота с Числом в роли связующей нити. Впечатляюще! Это привело Пифагора к догадке о том, что «Число есть сущность всех вещей». С этими открытиями и предположениями наш Вопрос обретает жизнь.

- *Платон* думал грандиозно. Он предложил геометрическую теорию атомов и Вселенной, основанную на пяти симметричных формах, которые мы сегодня называем платоновскими телами. В своей дерзкой модели физической реальности Платон больше ценил красоту, чем точность. Подробности его теории были безнадежно неверными. И все же она дала увидеть такой ослепительный образ того, каким может быть ответ на наш Вопрос, что это вдохновляло Евклида, Кеплера и многих других на блестящие работы в течение веков спустя. Действительно, наши современные, изумительно успешные теории элементарных частиц, систематизированные в Главной теории (см. ниже), основаны на возвышенных идеях симметрии, которые обязательно заставили бы Платона радостно улыбнуться. И когда я пытаюсь угадать, что же будет дальше, я часто следую стратегии Платона, предлагая объекты, обладающие математической красотой, в качестве моделей Природы.

Платон был также великим писателем. Его метафора Пещеры ухватила суть важных эмоциональных и философских аспектов наших отношений как исследователей с действительностью. В ее основе – вера в то, что повседневная жизнь предлагает нам всего лишь тень реальности, но что через смелость мысли и развитие способности чувствовать мы можем проникнуть в ее суть – и что эта суть яснее и прекраснее, чем ее тень. Он придумал посредника – *демиурга*, что можно перевести как *мастер*, который воплощал мир безупречных, вечных Идей в его

несовершенную копию – мир, в котором мы живем. Здесь понятие о мире как о произведении искусства выражено явным образом.

• *Брунеллески* привнес новые идеи в геометрию для нужд искусства и инженерного дела. Его *проективная геометрия*, которая имеет дело с реальным обликом вещей, принесла с собой идеи – об относительности, инвариантности, симметрии – не только красивые сами по себе, но и открывающие новые возможности.

• *Ньютон* вывел математическое понимание Природы на совершенно новый уровень притязаний и точности.

Общая идея пронизывает титаническую работу Ньютона над светом, математическим исчислением, движением и механикой. Это метод, который он называл Анализ и Синтез. Метод анализа и синтеза предлагает двухступенчатую стратегию для достижения понимания. В стадии анализа мы рассматриваем мельчайшие части того, что мы изучаем, – его «атомы» – в метафорическом смысле этого слова. В случае удачного анализа мы определяем малые части с простыми свойствами, которые можно резюмировать в виде точных законов. Например:

- в изучении света атомы – это лучи чистых спектральных цветов;
- в изучении исчисления атомы – это бесконечно малые и их отношения;
- в изучении движения атомы – это скорость и ускорение;
- в изучении механики атомы – это силы.

(Мы подробнее обсудим все это позже.) В стадии синтеза мы переходим с помощью логических и математических доводов от поведения отдельных атомов к описанию систем, которые содержат множество атомов.

Описанный в таком общем виде, ньютоновский Анализ и Синтез не выглядит слишком впечатляюще. В конце концов, он близок к обычным практическим методам, например, «чтобы решить сложную проблему, разделяй и властвуй» – а это едва ли возбуждающее открытие. Но Ньютон потребовал точности и полноты понимания, говоря:

Гораздо лучше сделать немного, но наверняка, а остальное оставить для других, которые придут после вас, чем объяснять все вещи с помощью гипотез, не будучи уверенным ни в чем до конца.

И в этих впечатляющих примерах он достиг своих целей. Ньютон убедительно показал, что Природа сама идет по пути анализа и синтеза. В «атомах» действительно есть простота, и Природа действительно функционирует, позволяя им делать свое дело.

Ньютон также в своей работе о движении и механике обогатил наше представление о том, что такое физические законы. Его законы движения и гравитации – это *динамические* законы. Другими словами, это законы изменения. Такие законы воплощают идею красоты, отличную от статического совершенства, которое так любили Пифагор и (особенно) Платон.

Динамическая красота выходит за пределы отдельных предметов и явлений и призывает нас постичь широту возможностей. Например, размеры и формы настоящих орбит планет не просты. Они не являются ни (усложненными) окружностями Аристотеля, Птолемея или Николая Коперника, ни даже почти правильными эллипсами Кеплера – это скорее кривые, которые нужно вычислять как функции времени, изменяющиеся сложным образом в зависимости от положений и масс Солнца и остальных планет. В этом есть восхитительная красота и простота, но это полностью очевидно только тогда, когда мы понимаем внутреннее устройство. Видимые проявления отдельных предметов не исчерпывают красоту законов.

• *Максвелл* был первым по-настоящему современным физиком. Его работа по электромагнетизму возвестила одновременно новое представление о реальности и новый метод в физике. Новое представление, которое Максвелл развил из догадок Майкла Фарадея, состоит в том, что элементарные составляющие физической реальности – это не точечные *частицы*,

а скорее наполняющие пространство *поля*. Новый метод – это метод *вдохновенных догадок* (inspired guesswork). В 1864 г. Максвелл кратко записал известные законы электричества и магнетизма в виде системы уравнений, но понял, что полученная система противоречива. Как и Платон, который подогнал пять идеальных тел под четыре элемента и Вселенную, Максвелл не сдался. Он заметил, что если добавить еще одно слагаемое, то уравнения можно сделать одновременно более симметричными и математически непротиворечивыми. Полученная система, известная под названием уравнений Максвелла, не только объединила электричество и магнетизм, но и имела следствием описание света, и она дожила до наших дней в качестве надежных обоснований этих явлений.

Чем же воодушевляются «вдохновенные догадки» физика? Логическая непротиворечивость необходима, но едва ли достаточна. Скорее Максвелла и его последователей – т. е. всех современных физиков – подвели ближе к истине красота и симметрия, как мы далее увидим.

Максвелл в работе по восприятию света также открыл, что аллегорическая Пещера Платона отражает нечто довольно реальное и конкретное: ничтожность нашего чувственного восприятия по сравнению с доступной реальностью. И его работа, проливая свет на границы восприятия, позволяет нам выйти за эти границы. Ведь лучшее средство для развития чувственных способностей – это ищущий ум.

Квантовое завершение

Решительное «да» на наш Вопрос прозвучало только в XX в., когда была разработана квантовая теория.

Квантовая революция привела к такому открытию: мы наконец узнали, что такое Материя. Необходимые уравнения являются частью теоретической структуры, которую часто называют Стандартной моделью. Такое наводящее зевоту название едва ли отдает должное этому достижению, и я продолжу свою кампанию, начатую в «Легкости бытия²», по его замене на кое-что более подходящее и потрясающее:

Стандартная модель → Главная теория.

Это изменение более чем оправданно, и вот почему.

1. «Модель» ассоциируется с временным суррогатом, который ждет замена на «настоящую вещь». Но Главная теория уже является точным представлением физической реальности, которое любая будущая гипотетическая «настоящая вещь» должна принимать во внимание.

2. «Стандартная» ассоциируется с «общепринятой» и намекает на наличие какого-то высшего знания. Но такого высшего знания нет. На самом деле я думаю – и тому есть горы свидетельств, – что, хотя Главная теория будет дополнена, ее сердцевина останется прежней.

Главная теория воплощает красивые идеи. Уравнения для атомов и света почти буквально совпадают с уравнениями, которым подчиняются музыкальные инструменты и звук. Горстка изящных схем лежит в основе богатого разнообразия устройства Природы, начиная с простых структурных компонентов материального мира.

Наши Главные теории четырех взаимодействий в Природе – гравитации, электромагнетизма, сильного и слабого взаимодействий – воплощают по своей сути общий принцип: *локальную симметрию*. Как вы прочтаете далее, этот принцип одновременно осуществляет чаяния Пифагора и Платона о гармонии и понятийной чистоте, а также выходит за их пределы. Как вы увидите, этот принцип строится на художественной геометрии Брунеллески и блестящих озарениях Ньютона и Максвелла о природе света, и в то же время он выходит за их рамки.

Главная теория завершает анализ материи для практических целей. Используя ее, мы можем *сделать вывод* о том, какие виды атомных ядер, атомов, молекул – и звезд – могут существовать. И мы можем надежно управлять поведением более крупных скоплений этих элементов, чтобы создавать транзисторы, лазеры или Большие адронные коллайдеры. Уравнения Главной теории проверены с гораздо большей точностью и при гораздо более экстремальных условиях, чем это нужно для их применения в химии, биологии, инженерном деле или астрофизике. Хотя, конечно, существуют вещи, которых мы не понимаем, – и совсем скоро я упомяну несколько важных из них – мы действительно понимаем устройство Материи, из которой мы состоим и с которой сталкиваемся в обычной жизни (даже если мы химики, инженеры или астрофизики).

Несмотря на свои огромные достоинства, Главная теория не идеальна. Действительно, именно потому, что это описание реальности настолько верно, мы должны в поисках ответа на наш Вопрос оставаться на самом высоком эстетическом уровне. Если пристально рассмотреть Главную теорию, в ней обнаруживаются недостатки. Ее уравнения кривобоки, и они

² Полное название предыдущей книги автора – «Легкость бытия: масса, эфир и объединение взаимодействий» (The Lightness of Being: Mass, Ether, and the Unification of Forces, 2008).

содержат несколько мало связанных друг с другом кусков. Больше того, Главная теория не объясняет существования так называемых темной материи и темной энергии. Хотя этими неуловимыми формами материи можно пренебречь при рассмотрении нашего ближайшего окружения, они занимают прочные позиции в межзвездном и межгалактическом пространстве и потому оказываются преобладающими в общей массе Вселенной. По этой и другим причинам мы не можем оставаться удовлетворенными.

Попробовав вкус красоты в сердце мира, мы жаждем большего. В этих поисках, я думаю, нет более многообещающего проводника, чем сама красота. Я дам вам некоторые подсказки, которые наводят на мысль о конкретных возможностях улучшения нашего описания Природы. Так как я стремлюсь к вдохновенным догадкам, в красоте мое воодушевление. Как вы увидите ниже, для меня это уже несколько раз сработало.

Разновидности красоты

У разных художников разные стили. Мы не ожидаем найти приглушенные цвета Ренуара в мистическом полумраке Рембрандта или утонченность Рафаэля у любого из двух предыдущих. Музыка Моцарта пришла из совершенно иного мира, чем музыка The Beatles, а музыка Луи Армстронга – еще из третьего. Точно так же красота, воплощенная в физическом мире, – это особый вид красоты. Природа как художник имеет свой особый стиль.

Чтобы оценить по достоинству искусство Природы, мы должны проникнуть в ее стиль с пониманием. Галилей выразил это, как всегда красноречиво, следующим образом:

Философия [Природа] описана в этой великой книге, которая всегда находится у нас перед глазами – я имею в виду Вселенную, – но мы не можем понять ее, если мы не выучим сначала ее язык и не поймем ее символов, с помощью которых она написана. Эта книга написана математическим языком, и ее символы – это треугольники, круги и другие геометрические фигуры, без помощи которых невозможно понять в ней ни одного слова; без которых будешь тщетно бродить по темному лабиринту.

Сегодня мы гораздо дальше проникли в суть этой великой книги и открыли, что ее позднейшие главы используют более изобретательный и менее привычный язык, чем евклидова геометрия, которую знал Галилей. Чтобы начать бегло на нем разговаривать, потребуется целая жизнь (или, по крайней мере, несколько лет магистратуры и/или аспирантуры). Но так же, как диплом по истории искусств не является необходимым условием для того, чтобы заинтересоваться мировым искусством и найти этот опыт очень приятным, так и я надеюсь этой книгой помочь вам увлечься искусством Природы, сделав стиль последней доступным для вас. Ваши усилия будут вознаграждены, ибо, как мог бы сказать Эйнштейн:

Природа изощрена, но не злонамеренна.

Две навязчивые идеи являются характерными для стиля Природы:

- Симметрия – любовь к гармонии, равновесию и пропорциональности.
- Экономия – удовольствие от создания большого разнообразия явлений очень ограниченным числом способов.

Наблюдайте за тем, как повторяются, ширятся и развиваются эти мотивы сквозь весь наш рассказ и дают ему единство. Восприятие этих идей происходило интуитивно, часто принятием желаемого за действительное, однако привело к созданию точных, действенных и плодотворных методов познания.

Теперь нужна небольшая оговорка. Многие разновидности красоты плохо представлены в стиле Природы в смысле выраженности в ее фундаментальной операционной системе. Наше восхищение человеческим телом и наша увлеченность выразительными портретами, наша любовь к животным и к природным ландшафтам – и многие другие источники художественной красоты – наукой не задействованы. Но наука это не всё, что есть на свете, слава богу.

Понятия и реальности; Разум и материя

Наш Вопрос можно понимать двояко. Наиболее очевидно, что он является вопросом о мире. Это то значение, на которое мы делали упор до настоящего момента. Но и второе значение столь же завораживающее. Когда мы обнаруживаем, что *наше* чувство прекрасного осуществляется в физическом мире, мы узнаем что-то о мире, но также мы узнаем кое-что о себе.

Понимание человеком фундаментальных законов Природы – достижение недавнее по эволюционным или даже историческим меркам. Кроме того, эти законы открываются нам только в результате тщательно продуманных экспериментов: использования совершенных микроскопов и телескопов, деления атомов и ядер, а также обработки длинных цепочек математических умозаключений. Все это само по себе не приходит. Наше чувство прекрасного никак напрямую не приспособлено к фундаментальным работам Природы. И все-таки с той же уверенностью можно сказать, что наше чувство прекрасного откликается на то, что мы в них находим.

Что же объясняет эту восхитительную гармонию Разума и Материи? Без объяснения этого чуда наш Вопрос остается без ответа. Эта тема будет затронута в нашей медитации неоднократно. А сейчас два коротких предварительных рассуждения:

1. Мы, люди, в первую очередь визуальные существа. Конечно, наше зрение и наши самые глубинные виды мышления (множеством менее очевидных способов) обусловлены нашим взаимодействием со светом. Каждый из нас, например, рожден, чтобы в совершенстве, хотя и неосознанно, практиковать проективную геометрию. Эта способность жестко вмонтирована в наш мозг. Именно это позволяет нам интерпретировать двумерное изображение, которое получает наша сетчатка, как представление о мире объектов в трехмерном пространстве.

Наш мозг содержит специализированные модули, которые позволяют нам быстро и без сознательных усилий создавать динамическое представление о мире, в основе которого – трехмерные объекты, расположенные в трехмерном пространстве. Мы делаем это, начиная с двумерных изображений на нашей сетчатке глаз (которые, в свою очередь, образуются благодаря лучам света, испущенным или отраженным от поверхностей внешних предметов, которые распространяются до нас по прямой). Восстановить из полученных нами изображений предметы, которые были их причиной, – непростая задача в инверсной проективной геометрии. На самом деле утверждается, что это неразрешимая задача, потому что в проекциях совершенно недостаточно информации, чтобы сделать однозначную реконструкцию. Основная проблема в том, что, даже чтобы просто начать ее решать, нам нужно отделить объекты от их фона (или от того, что находится перед ними). Чтобы достичь этого, мы пользуемся всевозможными уловками, основанными на типичных свойствах объектов, которые нам встречаются, таких как их цвет или контрастность текстуры и отчетливые границы. Но даже после того, как эта стадия успешно пройдена, нам остается сложная геометрическая задача, для которой Природа любезно снабдила нас превосходным специализированным процессором в нашей зрительной коре³.

Другая важная черта нашего зрения состоит в том, что свет приходит к нам очень изда- лека и дает нам возможность заниматься астрономией. Видимое регулярное движение звезд и чуть менее систематическое движение планет послужили ранними намеками на подчинение Вселенной определенным законам и предоставили нам изначальное вдохновение и поле для проверки математического описания Природы. Как любой хороший учебник, оно содержит задачи различной степени сложности.

³ Часть коры головного мозга, которая принимает и обрабатывает чувствительные нервные импульсы от глаз. – *Прим. пер.*

В самых передовых, современных разделах физики мы узнаем, что свет сам является формой материи, а также то, что на самом деле и материя в целом, при глубоком ее понимании, необыкновенно похожа на свет. Итак, еще раз: наш интерес и опыт соприкосновения со светом, который глубоко заложен в самой нашей природе, оказываются удачными и способствующими познанию.

Существам, которые, как большинство млекопитающих, воспринимают мир прежде всего через обоняние, было бы гораздо сложнее добраться до той физики, которую мы знаем, даже если бы они обладали высоким интеллектом в других областях. Можно вообразить, например, собак, эволюционирующих в очень умных социальных существ, с развитым языком, живущих интересной полной жизнью, но лишенных отдельных видов любопытства и мироощущения, которые основаны на зрительном опыте и которые ведут к нашему виду глубокого понимания физического мира. Их мир был бы полон синтезов и разложений – у них были бы прекрасные наборы для химии, сложная кухня, афродизиаки и, как у Пруста, произвольная память. Проективная геометрия и астрономия, возможно, не были бы так представлены. Мы знаем, что запах – это химическое чувство, и мы начинаем понимать его основы в виде молекулярных событий. Но «обратная» задача понять по запаху, какие молекулы вызвали его и какие законы им свойственны, и в конце концов прийти к физике, какой мы ее знаем, кажется мне безнадежно сложной.

Птицы же – визуальные существа, как и мы. Кроме того, их образ жизни дал бы им дополнительное преимущество перед людьми в том, чтобы начать понимать физику. Птицы с их свободой полета испытывают присущую трехмерному пространству симметрию столь хорошо знакомым им способом, которого у нас нет. Они также испытывают основные законы движения (и особенно роль инерции в своей повседневной жизни), так как они существуют в практически лишенной трения среде. Птицы рождаются, можно сказать, с интуитивным знанием классической механики и принципа относительности Галилея, так же как и геометрии. Если бы какие-нибудь виды птиц развили хорошее абстрактное мышление, т. е. перестали бы иметь «птичьи мозги», они бы быстро создали физику. А вот людям пришлось отучиваться от нагруженной трением аристотелевой механики, чтобы достичь более глубокого понимания. Исторически для этого потребовались немалые усилия!

Дельфины в их водной среде и летучие мыши с их эхолокацией предоставляют нам другие вариации на эту тему, но я не буду развивать их здесь.

Основной философский аргумент, который эти соображения иллюстрируют, состоит в том, что мир не дает своей собственной уникальной интерпретации. Мир предлагает множество возможностей для разных вселенных, основанных на разных чувствах, которые способны совершенно разным интерпретациям значимости мира. В этом смысле наша так называемая Вселенная уже очень похожа на мультивселенную.

2. Успешное восприятие включает в себя сложные умозаключения, поскольку информация, которую мы получаем о мире, одновременно очень неполная и сильно «зашумлена» побочными сигналами. Несмотря на наши врожденные способности, мы также должны учиться видеть, взаимодействуя с миром, формируя ожидания и сравнивая наши предсказания с действительностью. Когда мы формируем ожидания, которые оказываются правильными, мы испытываем удовольствие и удовлетворение. Эти механизмы вознаграждения поощряют успешное обучение. Также они стимулируют наше чувство прекрасного – а на самом деле они и *есть* это чувство.

Суммируя все эти наблюдения, мы обнаруживаем объяснение того, почему мы находим интересные явления (явления, благодаря которым мы узнаем что-то новое!) в физике красивыми. Важное следствие состоит в том, что мы особенно ценим опыт, который нас удивляет, но удивляет не слишком сильно. Стандартное, поверхностное узнавание не потребует от нас усилий и не сможет быть вознаграждено так же, как активное обучение. В то же время

явления, значение которых мы совсем не можем понять, также не принесут нам удовольствия; это помехи.

И здесь нам тоже повезло в том, что Природа использует в своей основе симметрию и экономию средств: ведь эти принципы, так же как наше интуитивное понимание света, способствуют успешным предсказаниям и обучению. По внешнему виду части симметричного объекта мы можем предсказать (успешно!) внешний вид остальной его части; по поведению частей объектов природы мы можем предсказать (иногда успешно!) поведение целых объектов. Следовательно, симметрия и экономия средств – это как раз то, что мы хорошо приспособлены воспринимать как красоту.

Новые идеи и интерпретации

Вместе с новым взглядом на некоторые очень старые и некоторые не столь старые идеи вы найдете в этой книге и несколько идей существенно новых. Здесь я бы хотел упомянуть некоторые из самых важных.

Мое представление Главной теории как геометрии и мои размышления о следующих шагах за ее пределы являются адаптацией моих работ в фундаментальной физике. Эти работы, конечно же, основаны на работах многих других людей. Новым, насколько мне известно, является применение цветowych полей в качестве примера дополнительных измерений и мое использование тех возможностей, которые они открывают для иллюстрации локальной симметрии.

Моя теория о том, что поощрение обучения лежит в основе нашего чувства прекрасного в важных случаях и является его эволюционной причиной, а также приложение этой теории к музыкальной гармонии, которое предлагает рациональное объяснение открытий Пифагора в музыке, составляют созвездие идей, которыми я долгое время развлекался частным образом и которые впервые представляю публике здесь. Будьте бдительны!

Мои рассуждения о расширении цветового восприятия основано на идущих в настоящее время практических исследованиях, которые, как я надеюсь, приведут к появлению коммерческих продуктов и которые защищены патентами.

Я хотел бы думать, что Нильс Бор поддержал бы мою широкую интерпретацию дополненности, и мог бы даже признать свое авторство – но не уверен, что он бы это сделал.

Пифагор I: Мысль и объект

Эфемерный Пифагор

Человек по имени Пифагор жил примерно в 570–495 гг. до н. э., но о нем известно очень мало. Или, вернее, о нем «известно» очень много, но большая часть этих фактов наверняка ошибочна, потому что документальные свидетельства его жизни полны противоречий. В них сочетаются возвышенное, смешное, невероятное и даже полная нелепица.

Говорили, что Пифагор был сыном Аполлона, имел золотое бедро и светился. Возможно, он был сторонником вегетарианства, хотя вполне может быть, что все было наоборот. Среди его самых известных высказываний дурную славу приобрел запрет есть бобы, потому что «у бобов есть душа», хотя несколько ранних источников недвусмысленно отрицают, что Пифагор когда-либо говорил или верил во что-то подобное. Более определенно можно сказать, что Пифагор верил в переселение душ и проповедовал это учение. Существует несколько историй, которые подтверждают это, хотя каждая из них, конечно, вызывает сомнения. Согласно Авлу Геллию⁴, Пифагор помнил четыре свои прошлые жизни, в том числе ту, в которой он был прекрасной куртизанкой по имени Алко. Ксенофан вспоминал, что Пифагор, услышав скулеж собаки, которую били, бросился остановить ее обидчика, заявив, что узнал голос умершего друга. Также Пифагор, как и святой Франциск столетия спустя, поклонялся животным.

Стэнфордская энциклопедия философии – кстати, бесплатный и чрезвычайно полезный сетевой ресурс – подытоживает все это в следующем виде:

В современности сложился известный образ Пифагора как ведущего математика и ученого. Тем не менее дошедшие из древности свидетельства говорят о том, что, хотя Пифагор был известен в годы своей жизни и даже 150 лет спустя после смерти, во времена Платона и Аристотеля, его слава не была связана с математикой или наукой. Он был знаменит как:

- 1) знаток того, что происходит с душой после смерти, считавший, что душа бессмертна и переживает многочисленные реинкарнации;
- 2) знаток религиозных ритуалов;
- 3) чудодей, у которого было золотое бедро и который мог быть в двух местах одновременно;
- 4) основоположник аскетического образа жизни, включающего в себя ограничения в пище, религиозные ритуалы и суровую самодисциплину.

Некоторые факты выглядят более ясными. Реальный Пифагор родился на греческом острове Самосе, много путешествовал и стал вдохновителем и создателем необычного религиозного движения. Его братство посвященных процветало в течение недолгого времени в Кротоне, в Южной Италии, и имело несколько ответвлений в других провинциях, пока не было повсеместно запрещено. Пифагорейцы организовывали тайные общества, вокруг которых сосредотачивалась жизнь братьев. Эти общины, включающие и мужчин, и женщин, способствовали появлению некоего вида интеллектуального мистицизма, который казался современникам удивительным и великолепным, хотя и пугающе необычным. Их взгляды на мир сосредоточились вокруг молитвенного восхищения числами и музыкальной гармонией, которые они считали отражением глубинной структуры реальности. Как мы увидим далее, в какой-то мере это имело отношение к действительности.

⁴ Отметим, что автор «Аттических ночей» Авл Геллий жил более трех столетий спустя в Риме, т. е. в другой стране. – *Прим. науч. ред.*

Настоящий Пифагор

Снова приведем цитату из Стэнфордской энциклопедии:

Портрет Пифагора, который вырисовывается из этих свидетельств, показывает нам не математика, который приводит строгие доказательства, и не ученого, который проводит эксперименты, чтобы открыть природу естественного мира, а скорее, какого-то человека, который придает особое значение и приписывает особую роль математическим соотношениям, которые были известны и до него.

Бертран Рассел более лаконичен:

Это смесь Эйнштейна и Мэри Бейкер Эдди⁵.

Для ученых, изучающих настоящую биографию Пифагора, самой большой проблемой является тот факт, что последователи Пифагора приписывали ему свои собственные мысли и открытия. Очевидно, так они надеялись одновременно придать вес своим идеям и улучшить репутацию Пифагора, чтобы развивать свою общину – ту, которую он основал. Таким образом, блестящие открытия в математике, физике, музыке, а также вдохновляющий мистицизм, плодотворная философия и чистая мораль были все связаны с образом одной богоподобной фигуры. Эта приводящая в священный трепет фигура и стала для нас *настоящим* Пифагором.

Нельзя сказать, что совершенно неприемлемо приписывать заслуги эфемерного Пифагора (оставшегося в истории) настоящему Пифагору, поскольку великие достижения в математике и физике, совершенные настоящим Пифагором, проистекали из образа жизни, на который мнимый Пифагор вдохновил своих последователей, и из общины, которую тот создал.

(Если угодно, вы можете провести параллели с тем, как по-разному складывается судьба других крупных религиозных деятелей при жизни и после.)

Благодаря Рафаэлю мы знаем, как мог выглядеть настоящий Пифагор. На цветной вклейке, на иллюстрации В мы видим, как он, окруженный почитателями, сосредоточенно записывает что-то в большой книге.

⁵ Американская писательница и основательница религиозной секты «Христианская наука» (1821–1910). – Прим. пер.

«Число есть сущность всех вещей»

Очень трудно разобрать, что же там пишет Пифагор, но мне нравится думать, что это какой-то вариант его фундаментального кредо:

«Число есть сущность всех вещей»⁶.

Очень трудно понять сквозь разделяющую нас огромную пропасть во времени и пространстве, что же именно он имел в виду под этой фразой. Так что здесь нам придется дать волю своему воображению.

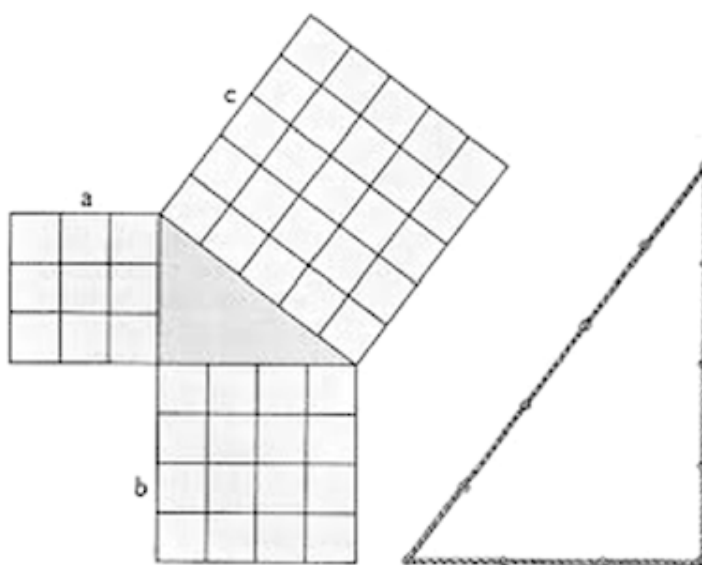
⁶ Или, в другом варианте перевода, «все вещи суть числа». – *Прим. ред.*

Теорема Пифагора

Начнем с того, что на Пифагора неизгладимое впечатление произвела теорема, впоследствии названная его именем. Впечатление было настолько огромным, что из-за этого открытия он нарушил принципы вегетарианства и заказал гекатомбу – ритуальное жертвоприношение сотни быков, за которым следовал пир. Это было сделано в знак благодарности музам.

Из-за чего же был весь шум?

Теорема Пифагора – это утверждение, касающееся прямоугольных треугольников, т. е. треугольников, имеющих угол, равный 90° , иначе говоря, прямой угол. Теорема гласит, что если построить квадраты на разных сторонах такого треугольника, то сумма площадей двух меньших квадратов будет равна площади большего. Классический пример – это прямоугольный треугольник со сторонами 3-4-5, изображенный на илл. 1.



Илл. 1. Прямоугольный треугольник со сторонами 3-4-5, простейший случай теоремы Пифагора

Площади двух меньших квадратов составляют $3^2 = 9$ и $4^2 = 16$, как мы можем это увидеть, если в духе Пифагора *подсчитаем* количество маленьких квадратиков, на которые разбиты фигуры. Площадь большого квадрата составляет $5^2 = 25$. И мы можем проверить: $9 + 16 = 25$.

Сейчас теорема Пифагора знакома большинству из нас, хотя бы как смутное воспоминание из школьного курса геометрии. Но если вы услышите заново – ушами Пифагора, так сказать, – содержащееся в ней послание, вы поймете нечто потрясающее. Эта теорема гласит, что *геометрия* объектов воплощает скрытые *численные* отношения. Иными словами, она говорит, что Числами можно описать пусть не все, но по крайней мере нечто очень важное в физической реальности, а именно размеры и формы объектов, составляющих ее.

Позднее в этой медитации мы будем иметь дело с гораздо более продвинутыми и сложными концепциями, и мне придется прибегать к метафорам и аналогиям, чтобы передать их значение. Та особая радость, которую ученый находит, когда мыслит четкими математическими категориями, а точно определенные понятия идеально подходят друг к другу, теряется при такой передаче. Но сейчас у нас есть возможность испытать эту особую радость. Часть

волшебства теоремы Пифагора состоит в том, что ее можно доказать, имея минимальную подготовку. Самые лучшие ее доказательства незабываемы, и воспоминание о них остается на всю жизнь. Они вдохновляли Олдоса Хаксли и Альберта Эйнштейна – не говоря уж о самом Пифагоре! – и, надеюсь, вдохновят и вас.

Доказательство Гвидо

«Так просто!»

Именно эти слова произнес Гвидо, юный герой рассказа Олдоса Хаксли «Молодой Архимед», описывая свое доказательство теоремы Пифагора. Доказательство Гвидо основывается на формах, изображенных на цветной вклейке (иллюстрация С).

Забава Гвидо

Давайте разберем то, что было очевидно для Гвидо с первого взгляда.

Каждый из двух больших квадратов, разделенных на части, содержит четыре цветных треугольника, и они одинаковы в обоих больших квадратах. Все цветные треугольники являются прямоугольными треугольниками, и все они имеют одинаковый размер. Будем считать, что длина самой короткой стороны есть a , следующей по длине – b , а самой длинной (гипотенузы) – c . Тогда легко заметить, что стороны двух больших квадратов имеют длину $a + b$, и далее, что эти два квадрата равны по площади. Таким образом, не вошедшие в треугольники части больших квадратов тоже должны иметь равные площади.

Но из чего состоят эти равные площади? В первом большом квадрате, слева, у нас есть синий квадрат со стороной a и красный квадрат со стороной b . Они имеют площади a^2 и b^2 . Во втором большом квадрате, справа, у нас есть серый квадрат со стороной c . Его площадь равна c^2 . Вспомнив то, о чем говорилось в предыдущем абзаце, мы можем прийти к выводу, что $a^2 + b^2 = c^2$.

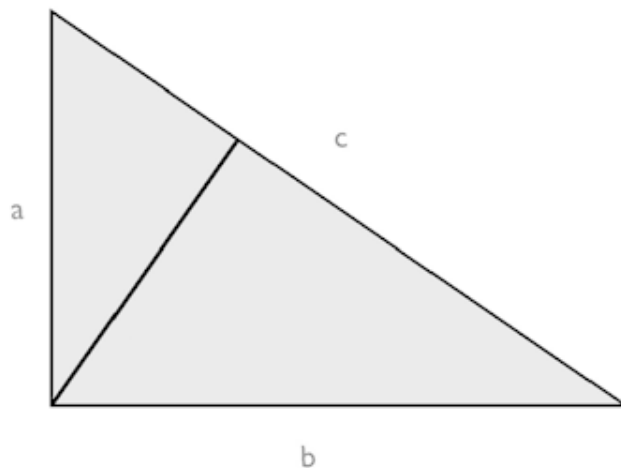
А это и есть теорема Пифагора!

Доказательство Эйнштейна (?)

В своих автобиографических записках Эйнштейн вспоминает:

Помню, дядя рассказал мне о теореме Пифагора еще до того, как священная книжка по геометрии попала мне в руки. В результате многочисленных усилий мне удалось добиться успеха в «доказательстве» этой теоремы на основании подобия треугольников; таким образом мне казалось «очевидным», что соотношение сторон в прямоугольном треугольнике должно определяться одним из острых углов.

В этой записи действительно недостаточно деталей, чтобы с полной достоверностью реконструировать доказательство Эйнштейна, но ниже, на илл. 2, приведено мое наилучшее предположение. Оно претендует на правильность, поскольку является самым простым и самым красивым доказательством теоремы Пифагора. В частности, это доказательство делает совершенно понятным, почему именно квадраты сторон задействованы в этой теореме.



Илл. 2. Вероятная реконструкция доказательства Эйнштейна из автобиографических записок

Отполированная драгоценность

Мы начинаем с наблюдения о том, что прямоугольные треугольники, которые имеют общий угол φ , являются подобными друг другу в строгом смысле, т. е. вы можете перейти от одного к другому с помощью изменения масштаба (увеличения или сжатия). Кроме того, если мы изменим длину стороны треугольника, умножив ее на какой-либо коэффициент, то его площадь изменится в количество раз, равное квадрату этого коэффициента. Теперь рассмотрим три прямоугольных треугольника, показанных на илл. 2: всю фигуру и два треугольника, которые она включает в себя. Каждый из этих треугольников содержит угол φ , следовательно, они подобны. Вследствие этого их площади пропорциональны a^2 , b^2 , c^2 в порядке от самого маленького к самому большому. Но так как два меньших треугольника составляют большой треугольник, соответствующие площади также должны суммироваться, поэтому

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

И теорема Пифагора тут как тут!

Прекрасная насмешка

Прекрасная насмешка состоит в том, что теорема Пифагора может быть использована, чтобы подорвать его доктрину о том, что число есть сущность всех вещей. Такой возмутительный вывод следует из одного открытия пифагорейской школы, которое приписывали не Пифагору, а его ученику Гиппасу. Вскоре после того, как он сделал это открытие, Гиппас утонул в море. Не известно, была ли его смерть вызвана волей богов или волей пифагорейцев. Доказательство Гиппаса очень хорошо продумано, но не является слишком сложным. Давайте с ним ознакомимся.

Рассмотрим равнобедренные прямоугольные треугольники, у которых два катета равны, т. е. $a = b$. Теорема Пифагора гласит, что $2 \times a^2 = c^2$.

Теперь предположим, что длины сторон a и c выражаются целыми числами. Если все вещи – числа, то лучше бы это было так! Но выясняется, что это невозможно. Если и a , и c –

четные числа, мы можем рассмотреть подобный треугольник, составляющий половину от размера первоначальной фигуры. Мы можем продолжать уменьшать его каждый раз в два раза, пока не получим треугольник, где по крайней мере одно из значений (a или c) является нечетным.

Но какой бы выбор мы ни сделали, мы быстро достигнем противоречия. Вначале давайте предположим, что c выражается нечетным числом. Тогда c^2 также является нечетным. Но $2 \times a^2$ явно дает четное число, поскольку содержит множитель 2. Таким образом, у нас не получается равенства $2 \times a^2 = c^2$, как гласит теорема Пифагора. Противоречие!

Предположим тогда, что c выражается четным числом, – скажем, $c = 2 \times p$. Тогда $c^2 = 4 \times p^2$. Теорема Пифагора говорит нам (после того, как мы разделим обе части равенства на 2), что $a^2 = 2 \times p^2$. Следовательно, a не может выражаться нечетным числом – по тем же причинам, что и выше. Противоречие!

Таким образом, все-таки не все вещи могут быть выражены целыми числами. Не может существовать никакого атома длины, из которого могут быть выведены все возможные длины как произведение целого числа на этот самый атом.

Кажется, пифагорейцы не представляли себе, что можно прийти к другому умозаключению и сохранить неприкосновенной идею о том, что все вещи есть числа. В конце концов, можно представить себе мир, где все пространство состоит из множества одинаковых неделимых частей. Например, мои друзья Эд Фредкин и Стивен Вольфрам продвигают модели нашего мира, основанные на клеточных автоматах, которые обладают именно этим свойством. И монитор вашего компьютера, изображение на котором состоит из точек света, называемых пикселями, доказывает, что такой мир может выглядеть достаточно реалистично! Если рассуждать логически, справедливо было бы прийти к выводу, что в таком мире невозможно построить правильный равнобедренный прямоугольный треугольник. В нем обязательно что-то будет немного не так. Или прямой угол будет немного отклоняться от 90° , или катеты будут не совсем равны или – как на экране монитора – стороны такого треугольника будут не совсем прямыми.

Но такой подход не был близок греческим математикам. Они-то рассматривали геометрию в наиболее соблазнительной, непрерывной форме, где сосуществуют в точности прямые углы и точное равенство сторон. (Этот подход также оказался самым плодотворным для физиков, как мы увидим на примере Ньютона.) Чтобы утвердить такую точку зрения, грекам пришлось установить приоритет геометрии над арифметикой, потому что – как мы уже видели – целые числа не могут адекватно описать даже очень простую геометрическую фигуру. Таким образом, они отказались от буквы доктрины о том, что все вещи есть числа, но не от ее духа.

Мысль и объект

Истинная сущность кредо Пифагора – это не буквальное утверждение того, что мир должен воплощать целые числа, но оптимистичное убеждение в том, что мир должен воплощать красивые понятия.

Урок, за который Гиппас заплатил жизнью, состоит в том, что мы должны стремиться узнать у Природы, в чем состоят ее правила. В этом предприятии скромность является необходимой чертой. Геометрия не менее красива, чем арифметика. На самом деле она более естественно подходит для нашего мозга, который во многом нацелен на обработку визуальных образов, и большинство людей предпочитают именно ее. И геометрия не содержит в себе меньше идей, меньше чистой работы ума, чем арифметика. Большая часть древнегреческой математики, систематизированная в «Началах» Евклида, стремилась доказать именно то, что геометрия – это логическая система.

Продолжив нашу медитацию, мы обнаружим, что Природа изобретательна в своем языке. Она поражает наше воображение новыми видами чисел, новыми видами геометрических форм – и даже, в квантовом мире, новыми видами логики.

Пифагор II: Число и гармония

Сущность всех струнных инструментов, будь это древняя лира или современная гитара, виолончель или пианино, одинакова: они производят звук с помощью движения струн. Качество звука, или тембр, зависит от множества сложных факторов, в том числе от материала струн, формы поверхности деки – «звукоотражателя», вибрирующего согласованно со струной, и способа извлечения звука из струны: щипком, проведением смычка или ударом. Но для всех инструментов существует основной тон или строй, который мы, слушая игру на них, распознаем как ноты. Пифагор – настоящий Пифагор – открыл, что музыкальный строй подчиняется двум удивительным правилам. Эти правила имеют прямую связь с числами, свойствами физического мира и нашим чувством гармонии (которая является одним из ликов красоты).

На следующем рисунке, который не принадлежит кисти Рафаэля, изображен Пифагор, проводящий эксперименты по гармонии.



Илл. 3. Средневековая европейская гравюра, изображающая Пифагора за изучением музыкальной гармонии.

Из рисунка мы можем сделать вывод, что Пифагор слушает, как изменяется звук его инструмента, когда он меняет два различных параметра. Зажимая струну в разных точках, он может варьировать рабочую длину вибрирующей части, а изменяя груз, который натягивает струну, он может менять ее натяжение

Гармония, число и длина: поразительная связь

Первое правило Пифагора устанавливает соотношение между длиной вибрирующей струны и нашим восприятием ее тона. Оно гласит, что две одинаковые струны с одним и тем же натяжением издадут вместе приятный звук, когда длины струн пропорциональны небольшим целым числам. Так, например, когда соотношение длин составляет 1:2, тональности формируют октаву. При соотношении 2:3 мы слышим доминантовую квинту, а при 3:4 – мажорную кварту. В музыкальном нотном письме (в регистре «до») это соотносится с тем, что одна за другой проигрываются две ноты до различных диапазонов, до и соль или до и фа соответственно. Такие комбинации тональностей привлекательны для людей. Они стали основой классической и большей части народной музыки, а также поп- и рок-музыки.

Применяя правило Пифагора, мы должны понимать под длиной струны ее рабочую длину, т. е. длину той части струны, которая в действительности вибрирует. Зажимая струну и таким образом создавая мертвую зону, мы можем поменять тональность. Гитаристы и виолончелисты пользуются этой возможностью, зажимая струны пальцами левой руки. Делая это, они, зная об этом или нет, призывают к жизни Пифагора. На рисунке мы видим, как Пифагор подбирает рабочую длину струны, используя заостренные зажимы, которые нужны для того, чтобы добиться точности в измерениях. Когда звуки звучат вместе хорошо, мы говорим, что они находятся в гармонии или созвучны. Таким образом, Пифагор открыл, что та гармония звуков, которую мы ощущаем, отражает отношения, которые имеют место, казалось бы, в совершенно другом мире – в мире чисел.

Гармония, число и вес: поразительная связь

Второе правило Пифагора связано с натяжением струны. Нужно натяжение можно получить управляемым и хорошо измеряемым способом, отягощая струну грузами различного веса, как это показано на илл. 6. Здесь результат еще более интересен. Звуки находятся в гармонии, если натяжение пропорционально квадратам небольших целых чисел. Более сильное натяжение соответствует более высокой тональности. Так, соотношение натяжений 1:4 создает октаву и т. д. Когда музыканты настраивают свои инструменты перед выступлением, подтягивая или ослабляя струны, поворачивая колки, Пифагор снова возвращается.

Эта вторая закономерность впечатляет куда больше, чем первая, в качестве свидетельства того, что ощущения являются скрытыми числами. Она лучше спрятана, потому что числа должны быть обработаны – если быть точным, возведены в квадрат – до того, как закономерность станет очевидной. Соответственно потрясение от открытия куда сильнее. Также эта закономерность связана с весом предметов. А вес более безошибочно, чем длина, приводит нас к вещам материального мира.

Открытия и мировоззрение

Вот мы и обсудили три главных открытия Пифагора: его теорему о прямоугольных треугольниках и два правила музыкального созвучия.

Все вместе они связывают форму, размер, вес и гармонию общей нитью, которой оказываются числа.

Для пифагорейцев этого триединства открытий было более чем достаточно, чтобы склониться к мистическому мировоззрению. Вибрация струн – это источник музыкального звука. Она представляет собой не что иное, как периодическое движение, т. е. движение, которое повторяется через определенные интервалы времени. Мы также видим, что Солнце и планеты совершают периодические движения по небу, и делаем логический вывод об их периодических движениях в космосе. Таким образом, они тоже должны производить звуки. Эти звуки формируют Музыка сфер, музыку, которая наполняет космос.

Пифагор увлекался пением. Он также заявлял, что действительно слышал Музыка сфер. Некоторые современные ученые строят предположения о том, что исторический Пифагор страдал от тиннитуса, т. е. от шума в ушах. Конечно, с настоящим Пифагором не происходило ничего подобного.

В любом случае более широкий смысл этих открытий состоит в том, что все есть числа и что числа поддерживают гармонию. Пифагорейцы, помешанные на математике, жили в мире, наполненном гармонией.

Послание – в частоте

Я полагаю, что музыкальные правила Пифагора заслуживают того, чтобы считаться первыми количественными законами природы, когда-либо открытыми человеком. (Астрономические закономерности, начиная с регулярной смены дня и ночи, были, конечно, замечены намного раньше. Составление календарей и гороскопов, использование математики для предсказания или воспроизведения имевшего места в прошлом положения Солнца, Луны или планет являлись особыми практическими искусствами задолго до рождения Пифагора. Но эмпирические наблюдения за отдельными объектами весьма отличаются от изучения общих законов Природы.)

Странно поэтому осознавать, что мы до сих пор не понимаем до конца, почему они верны. Сегодня мы намного лучше понимаем физические процессы, связанные с получением, передачей и восприятием звука, но связь между этими знаниями и ощущением «нот, которые звучат хорошо вместе» пока что ускользает от нас. Думаю, по поводу этого существует большое количество многообещающих идей, которые близки к центральному понятию нашей медитации, поскольку (если они верны) проливают свет на важный аспект происхождения нашего чувства красоты.

Наше описание того, как и почему работают правила Пифагора, состоит из трех частей. В первой части звук колеблющейся струны достигает барабанной перепонки в нашем ухе. Во второй – звук, достигший барабанной перепонки, превращается в первичные нервные импульсы. В третьей – первичные нервные импульсы приводят слушателя к ощущению гармонии.

Колебания струны проходят несколько трансформаций, прежде чем достигают нашего мозга как послание. Они воздействуют на окружающий воздух напрямую, просто толкая его. Тем не менее само по себе дрожание отдельной струны достаточно слабое. На практике у музыкального инструмента есть звукоотражающая поверхность – дека, которая в ответ на колебания струны сама вибрирует гораздо сильнее. Движение деки толкает окружающий воздух более чувствительно.

Сотрясение воздуха вокруг струны или деки порождает свое собственное возмущение, которое становится нарастающим: звуковая волна распространяется во всех направлениях. Любая звуковая волна является повторяющимся циклом сжатия и разрежения. Воздух, колеблющийся в каждой точке пространства, оказывает давление на соседние участки, и они тоже начинают колебаться. В конце концов часть этой звуковой волны, пройдя сквозь ухо с его сложной геометрией, неизбежно достигает мембраны, которая называется барабанной перепонкой и находится на глубине нескольких сантиметров в слуховом проходе. Наша барабанная перепонка работает как антипод деки: теперь колебания воздуха вызывают механические движения, а не наоборот.

Колебания барабанной перепонки порождают дальнейшую реакцию, о которой мы сейчас расскажем. Но перед этим мы должны сделать одно простое наблюдение, которое тем не менее является фундаментальным. Может вызвать удивление, как в этот длинный ряд преобразований значимый сигнал, отражающий поведение струны, передается так далеко по цепочке. Дело здесь в том, что во всех этих трансформациях одно свойство сигнала остается неизменным. Число колебаний в единицу времени или, как мы говорим, *частота* остается одинаковой, независимо от того, была ли это вибрация струны, деки, воздуха или барабанной перепонки – или слуховых косточек, кохlearной жидкости, базилярной мембраны или волосковых клеток, следующих далее по очереди. Поскольку во время каждой трансформации толчки и натяжения на предыдущей стадии вызывают сжатие и разрежение на следующей, в точном соответствии с изначальным сигналом, то, таким образом, различные виды колебаний оказываются синхро-

низованными или, как мы говорим, «одновременными». Вследствие этого мы можем ожидать и действительно увидим, что, если мы хотим, чтобы наше восприятие отражало свойства изначальных колебаний, полезно отслеживать частоту тех колебаний, которые в конце концов возникают в наших головах.

Таким образом, первый шаг к пониманию правил Пифагора – это перевод их на язык частот. Сегодня мы можем положиться на уравнения механики, которые позволяют вычислить, как меняется частота колебаний струны, если мы изменим ее длину или натяжение. Используя эти уравнения, мы находим, что частота уменьшается пропорционально длине и возрастает пропорционально квадрату натяжения. Следовательно, оба правила Пифагора, переведенные на язык частот, передают одно и то же простое утверждение. Они гласят, что ноты звучат хорошо вместе, если их частоты соотносятся как небольшие целые числа.

Теория гармонии

Теперь вернемся к тому, что происходит со звуком на второй стадии. Барабанная перепонка крепится к трем маленьким слуховым косточкам, которые, в свою очередь, прикреплены к мембранному «овальному окну», открывающемуся в спиралевидную улитку, которая является критически важным для слуха органом, играющим примерно такую же роль, как глаз для зрения. Она наполнена жидкостью, приходящей в движение от вибрации овального окна. В эту жидкость погружена длинная базилярная мембрана постепенно уменьшающейся толщины, которая, извиваясь, проходит через завитки спиралевидной улитки. Параллельно базилярной мембране пролегает кортиев орган. Именно в нем сигнал от струны наконец – после множества трансформаций – переводится в нервные импульсы. Детальное описание этих преобразований очень сложно и интересует только специалистов, но в целом картина проста и не зависит от этих деталей. Она состоит в том, что частота первоначальных колебаний переводится в серию возбуждений нейронов, имеющую ту же частоту.

Один важный аспект этого перехода особенно красив и соответствует духу учения Пифагора; в 1961 г. Дьёрдь фон Бекешти получил за него Нобелевскую премию. Поскольку толщина базилярной мембраны уменьшается вдоль длинной оси, различные ее части стремятся колебаться в разном темпе. У более широких частей инерция больше, поэтому они вибрируют медленнее, на более низких частотах, в то время как более узкие части вибрируют на более высоких частотах. (Из-за этого эффекта существует разница в общем тоне типично мужских и типично женских голосов. Во время пубертатного периода мужские голосовые связки утолщаются, что приводит к более низким частотам вибрации и более глубокому голосу.) Итак, после того, как звук после множества преобразований приводит окружающую жидкость в движение, реакция базилярной мембраны оказывается различной в разных местах по ее длине. Низкочастотные звуки приведут более широкие части в интенсивное движение, в то время как высокочастотные звуки затронут более узкие части⁷. Таким образом, информация о частоте перекодируется в информацию о местоположении.

Если спиралевидная улитка является для слуха тем же, чем глаз для зрения, то кортиев орган – это его сетчатка. Он работает параллельно с базилярной мембраной и находится очень близко от нее. Его детальная структура сложна, но, грубо говоря, он состоит из волосковых клеток и нейронов, причем каждая волосковая клетка связана со своим собственным нейроном. Движение базилярной мембраны, проходящее через промежуточную жидкость, передает усилие на волосковые клетки. Волосковые клетки двигаются в ответ, и их движение вызывает электрическое возбуждение⁸ в соответствующих нейронах. Его частота остается той же, что и частота стимуляции, которая, в свою очередь, абсолютно такая же, как частота первоначального звука. (Для тех, кто хочет знать больше: частотные характеристики возбуждения зашумлены, но они содержат сильный компонент с частотой исходного сигнала.) Из-за того, что кортиев орган примыкает к базилярной мембране, его нейроны возбуждаются с частотой, зависящей от их пространственного расположения. Для нашего восприятия созвучий очень важно, что сигналы от нескольких одновременно звучащих тонов не полностью смешиваются. На различные тоны преимущественно отзываются разные нейроны! Таков физиологический механизм, который позволяет нам так хорошо различать тоны.

Другими словами, наше внутреннее ухо следует совету Ньютона – и предвосхищает его опыты со светом, проводя великолепный анализ с разложением поступающего звука на чистые

⁷ Здесь автор говорит о вынужденных колебаниях, частота которых близка к собственной частоте мембраны в данной точке. – *Прим. ред.*

⁸ Так называемый потенциал действия. – *Прим. ред.*

тона. (Как мы обсудим позже, наша сенсорная способность анализировать частоту световых сигналов или, другими словами, цветовую составляющую света основана на других принципах и гораздо более ограничена.)

Теперь мы можем перейти к третьей части нашей истории. В ней сигналы от первичных сенсорных нейронов в кортиевом органе сочетаются и переходят в последующие нейронные слои в мозге. О том, что происходит здесь, мы знаем не так точно. Но только на этой стадии мы можем подойти вплотную к нашему главному вопросу:

«Почему звуки, частоты которых соотносятся как небольшие целые числа, дают приятное созвучие?»

Давайте рассмотрим, что происходит в мозге, когда звуки двух различных частот проигрываются одновременно. Тогда мы получаем два набора первичных нейронов, активно реагирующих с той же частотой, как и вибрация струны, породившая всю цепочку процессов. Эти первичные нейроны передают свой сигнал в глубины мозга «более высоким» уровням нейронов, где сигналы сочетаются и объединяются.

Некоторые из этих нейронов следующего уровня получают входящие сигналы от обоих наборов первичных возбужденных нейронов. Если частоты первичных нейронов соотносятся как небольшие целые числа, тогда их сигналы могут быть синхронизированы. (В этом обсуждении мы упрощаем реальный отклик, игнорируя шум и считая его в точности периодичным.) Например, если звуки формируют октаву, один набор нейронов будет колебаться в два раза быстрее другого и каждый нейрон из более медленной группы будет вступать в те же предсказуемые отношения с нейроном быстрой. Таким образом, нейроны, воспринимающие сигнал от обоих первичных наборов, получают вполне предсказуемый повторяющийся шаблон, который легко интерпретировать. Из предыдущего опыта (хотя, возможно, это врожденный инстинкт) эти вторичные нейроны – или более поздние нейроны, интерпретирующие их поведение, – «поймут» сигнал. Таким образом, для них становится легче предсказать будущие входящие сигналы (следующие повторы), а простые предсказания будущего поведения будут порождаться на протяжении многократных восприятий вибрации, пока звук не изменит свой характер.

Хочу отметить, что звуки, которые мы можем слышать, имеют частоты в пределах от нескольких десятков до нескольких тысяч колебаний в секунду, так что даже краткие звуки производят множество повторений, за исключением самых низкочастотных. На низких же частотах наше чувство гармонии иссякает, точно так же, как и эта мысль, которую я сейчас пытаюсь додумать.

Более высоким уровням нейронов, которые сочетают уже объединенные сигналы, нужен понятный входной сигнал, чтобы справиться со своей работой. Поэтому если наши «объединители» производят имеющий смысл сигнал и в особенности если их предсказания проходят проверку по времени, то в интересах нейронов более высокого уровня вознаградить их какой-либо положительной обратной связью или по крайней мере оставить в покое. И наоборот, если «объединители» производят неправильные предсказания, ошибки будут распространяться на более высокие уровни, немедленно породив дискомфорт и желание прекратить этот процесс.

Когда «объединители» будут производить неверные предсказания? Это произойдет, когда первичные сигналы почти, но не совсем синхронизированы. В этом случае колебания будут усиливать друг друга в течение нескольких циклов, и «объединители» проэкстраполируют эту модель. Они будут ожидать, что она продолжится, но этого-то и не произойдет! И в самом деле, звуки, которые только слегка различаются (как до и до-диез, например), особенно неприятны, если проигрываются вместе.

Если эта идея правильна, тогда в основе гармонии лежит успешное предсказание на ранних стадиях восприятия. (Этот процесс предсказания не нуждается и обычно не сопровожда-

ется привлечением сознательного внимания.) Успех в нем воспринимается как удовольствие или красота. Напротив, неудачное предсказание – источник боли или ощущения безобразия. Отсюда следует, что, расширяя наш опыт и знания, мы можем услышать гармонию, которая раньше была скрыта от нас, и избавиться от источников боли.

В историческом развитии западной музыки набор приемлемых комбинаций звуков постепенно расширялся. Отдельные люди при повторяющемся воздействии незнакомых им ранее мелодий также могут научиться наслаждаться сочетаниями звуков, которые изначально показались им неприятными. В самом деле, если мы заточены под то, чтобы получать удовольствие, *учась* делать удачные предсказания, тогда предсказания, давшиеся нам слишком легко, не доставят нам того огромного удовольствия, которое и должно быть в новизне.

Платон I: Структура из симметрии – платоновы тела

Платоновы тела поддерживают вокруг себя какую-то магию. Они всегда были и остаются теми объектами, с которыми можно творить волшебство. Они уходят корнями глубоко в доисторическую пору человечества и живут сейчас как предметы, сулящие удачу или неудачу в самых известных настольных играх, в частности в знаменитых «Подземельях и драконах». Кроме того, их таинственная сила вдохновила ученых на некоторые из самых плодотворных открытий в развитии математики и физики. Их невыразимая красота достойна того, чтобы поглубже сконцентрироваться на них.

Альбрехт Дюрер на своей гравюре «Меланхолия I» (илл. 4) подразумевает очарование правильных многогранников, хотя тело, изображенное на его картине, не вполне платоново. (Технически это усеченный треугольный трапецоэдр. Он может быть получен растягиванием граней октаэдра определенным образом.) Возможно, Крылатый Гений впал в меланхолию, потому что не может вникнуть, почему злобная летучая мышь сбросила ему в кабинет именно это, не вполне платоново тело вместо правильной фигуры.



Илл. 4. Альбрехт Дюрер «Меланхолия I»

На картине изображено усеченное платоново тело, магический квадрат и множество других эзотерических символов. С моей точки зрения, она прекрасно показывает досаду, которую я часто испытываю, пытаясь с помощью чистой идеи понять реальность. К счастью, так бывает не всегда.

Правильные многоугольники

Прежде чем перейти к платоновым телам, давайте начнем с чего-нибудь попроще – с их самых близких аналогов в двух измерениях, а именно с правильных многоугольников. Правильный многоугольник – это плоская фигура, у которой все стороны равны и смыкаются под равными углами. Самый простой правильный многоугольник имеет три стороны – это равносторонний треугольник. Далее идет квадрат с четырьмя сторонами. Затем – правильный пятиугольник, или пентагон (который был выбран символом пифагорейцев и взят за основу в проекте хорошо известной штаб-квартиры вооруженных сил⁹), шестиугольник (часть пчелиного улья и, как мы увидим далее, графена¹⁰), семиугольник (его можно найти на различных монетах), восьмиугольник (знаки обязательной остановки), семиугольник... Этот ряд можно продолжать бесконечно: для каждого целого числа, начиная с трех, существует уникальный правильный многоугольник. В каждом случае количество вершин равно количеству сторон. Мы также можем рассматривать круг как предельный случай правильного многоугольника, где число сторон становится бесконечным.

Правильные многоугольники, в некотором интуитивном смысле, могут приобрести значение идеального воплощения плоскостных «атомов». Они могут служить как концептуальные атомы, из которых мы можем составлять более сложные построения порядка и симметрии.

⁹ Имеется в виду Пентагон – главное административное здание Министерства обороны США. – *Прим. пер.*

¹⁰ Слой атомов углерода, соединенных в гексагональную двумерную кристаллическую решетку. – *Прим. пер.*

Платоновы тела

Теперь перейдем от плоских фигур к объемным. Для максимального единообразия мы можем обобщать понятие правильного многогранника различными способами. Самый естественный из них, который оказывается наиболее плодотворным, ведет к платоновым телам. Мы говорим об объемных телах, грани которых являются правильными многоугольниками, все одинаковы и одинаково смыкаются в каждой вершине. Тогда вместо бесконечного ряда решений мы получим ровно пять тел!



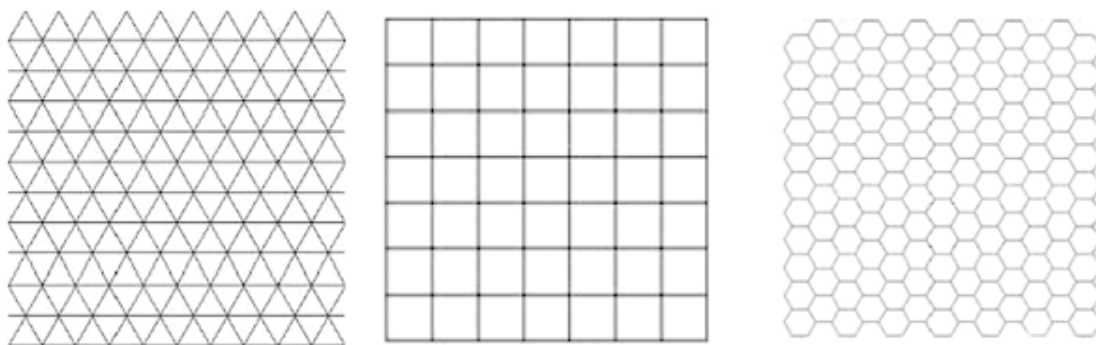
Илл. 5. Пять платоновых тел – волшебных фигур

Пять платоновых тел – это:

- *тетраэдр* с четырьмя треугольными гранями и четырьмя вершинами, в каждой из которых сходится по три грани;
- *октаэдр* с восемью треугольными гранями и шестью вершинами, в каждой из которых сходится по четыре грани;
- *икосаэдр* с 20 треугольными гранями и 12 вершинами, в каждой из которых сходится по пять граней;
- *Додекаэдр* с 20 пятиугольными гранями и 20 вершинами, в каждой из которых сходится по три грани;
- *Куб* с шестью квадратными гранями и восемью вершинами, в каждой из которых сходится по три грани.

Существование этих пяти многогранников легко понять, без особых трудностей можно и сконструировать их модели. Но почему их только пять? (Или есть еще другие?)

Чтобы разобраться с этим вопросом, заметим, что вершины тетраэдра, октаэдра и икосаэдра объединяют три, четыре и пять треугольников, сходящихся вместе, и зададим вопрос: «Что произойдет, если мы продолжим и их будет шесть?» Тогда мы поймем, что шесть равносторонних треугольников, имеющих общую вершину, будут лежать на плоскости. Сколько ни повторяй этот плоский объект, он не позволит нам построить законченную фигуру, ограничивающую некий объем. Вместо этого фигура будет бесконечно распространяться по плоскости, как показано на илл. 6 (слева).



Блудные сыновья Платона

Илл. 6. Три бесконечных платоновы поверхности

На рисунке показаны только конечные их части. Эти три правильных замещения плоскости могут и должны восприниматься как родственные платоновым телам – их блудные братья, которые отправились в паломничество и никогда не вернутся.

Мы получим такие же результаты, если совместим четыре квадрата или три шестиугольника. Эти три правильные сечения на плоскости – достойные дополнения к платоновым телам. Далее мы увидим, как они воплощаются в жизнь в микромире (илл. 29).

Если мы попытаемся совместить более шести равносторонних треугольников, четырех квадратов или трех любых бóльших правильных многоугольников, нам не хватит места и мы просто не сможем разместить вокруг вершины их суммарный угол. И поэтому пять платоновых тел – это все конечные правильные многогранники, которые могут существовать.

Знаменательно, что определенное конечное число – пять – появляется из соображений геометрической правильности и симметрии. Правильность и симметрия – это естественные и прекрасные вещи для размышления, но у них нет очевидной или прямой связи с определенными числами. Как мы увидим, Платон интерпретировал этот сложный случай их возникновения удивительно творческим образом.

Предыстория

Часто известным людям достается слава за открытия, сделанные другими. Это «эффект Матфея», обнаруженный социологом Робертом Мёртоном и основанный на строчках из Евангелия от Матфея:

Ибо каждому имеющему будет дано, и у него будет изобилие,
а у неимеющего будет взято и то, что он имеет¹¹.

Так случилось и с платоновыми телами.

В музее Ашмолин в Оксфордском университете¹² можно увидеть стенд с пятью резными камнями, изготовленными примерно в 2000 г. до н. э. в Шотландии, которые кажутся реализациями пяти платоновых тел (хотя некоторые ученые и оспаривают это). По всей видимости, они использовались в какой-то игре с костями. Можно представить, как пещерные люди собирались вокруг общего костра и резались в «Подземелья и драконы» эпохи палеолита. Вполне возможно, что не Платон, а его современник Теэтет (417–369 гг. до н. э.) первым математически доказал, что это эти самые пять тел – единственные возможные правильные многогранники. Не ясно, в какой степени Платон вдохновил Теэтета или наоборот, или в воз-

¹¹ Евангелие от Матфея, 13:12. – Прим. пер.

¹² Музей искусства и археологии в Оксфорде. – Прим. пер.

духе античных Афин витало что-то такое, что вдохнули они оба. В любом случае платоновы тела получили свое название, потому что Платон оригинально использовал их в работе гения, одаренного творческим воображением, чтобы пророческим образом создать теорию физического мира.



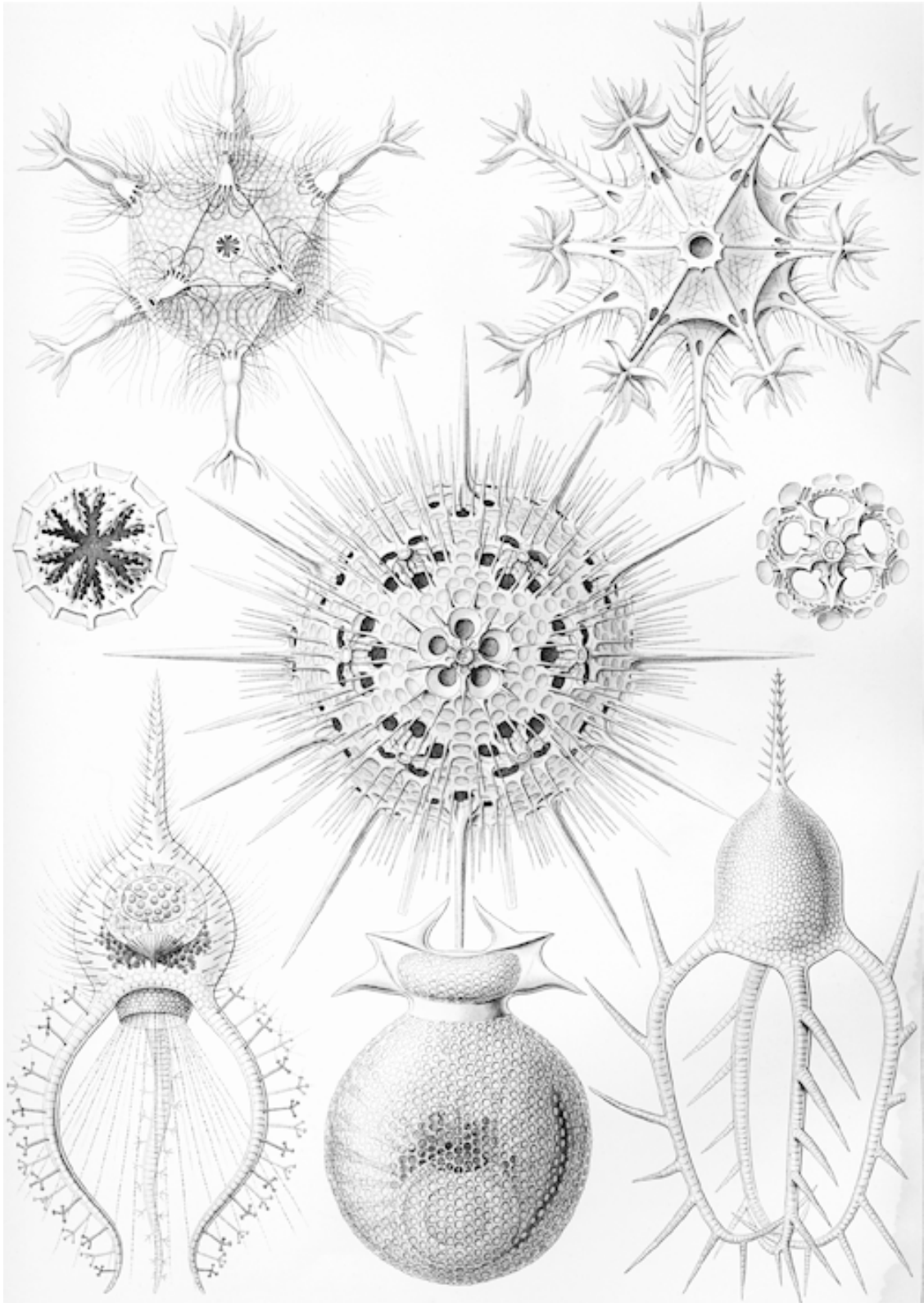
Илл. 7. Доплатоновские изображения платоновых тел, которые, возможно, использовались в играх с костями около 2000 г. до н. э.

Заглянув в гораздо более далекое прошлое, мы понимаем, что некоторые простейшие создания биосферы, в том числе вирусы и диатомеи (не пары атомов, как можно было бы подумать из названия, а морские водоросли, которые часто отращивают вычурные панцири в виде платоновых тел), не только «открыли», но и буквально воплотили платоновы тела задолго до того, как на Земле появились первые люди. Вирус герпеса; вирус, который вызывает гепатит В; вирус иммунодефицита человека и вирусы многих других болезней имеют форму, напоминающую икосаэдр или додекаэдр. Они заключают свой генетический материал – ДНК или РНК – в белковые капсулы-экзоскелеты, которые определяют их внешние формы, как показано на цветной вклейке D. Капсулы маркированы цветом таким образом, что одинаковые цвета обозначают одинаковые «строительные блоки». В глаза бросается характерное для додекаэдра соединение трех пятиугольников. Но если провести прямые линии через центры синих областей, то мы увидим икосаэдр.

Более сложные микроскопические существа, в том числе радиолярии, которые любил изображать Эрнст Геккель в своей великолепной книге «Красота форм в природе», также воплощают в жизнь платоновы тела. На илл. 8 мы видим замысловатый кремниевый экзоскелет этих одноклеточных организмов. Радиолярии – древняя форма жизни, которую обнаруживают в самых ранних окаменелостях. Ими полны океаны и сегодня. Каждое из пяти платоновых тел воплощается в некотором количестве биологических видов живых организмов. В названиях некоторых из них даже закрепились их форма, в том числе *Circoporus octahedrus*, *Circogonia icosahedra* и *Circorrhema dodecahedra*.

Вдохновляющая идея Евклида

«Начала» Евклида являются величайшим учебником всех времен, и другие книги им в этом не чета. Эта книга принесла в геометрию систему и строгость. Если посмотреть более широко, она ввела в область идей – путем практического применения – метод анализа и синтеза.



Илл. 8. Радиоларии становятся видимыми под объективом самого простого микроскопа. Их экзоскелеты часто демонстрируют симметрию платоновых тел.

Анализ и Синтез являются предпочтительной формулировкой «редукционизма» для Исаака Ньютона и для нас тоже. Вот что говорит Ньютон:

Путем такого анализа мы можем переходить от соединений к ингредиентам, от движений – к силам, их производящим, и вообще

от действий – к их причинам, от частных причин – к более общим, пока аргумент не закончится наиболее общей причиной. Таков метод анализа, синтез же предполагает причины открытыми и установленными в качестве принципов; он состоит в объяснении при помощи принципов явлений, происходящих от них, и доказательстве объяснений¹³.

Эту стратегию можно сравнить с подходом Евклида к геометрии, где он начинает с простых, интуитивно понятных аксиом, чтобы потом вывести из них более сложные и удивительные следствия. Великие «Математические начала» Ньютона, основополагающий документ современной математической физики, тоже следуют показательному стилю Евклида, пошагово переходя от аксиом при помощи логических построений к более значительным результатам.

Важно подчеркнуть, что аксиомы (или законы физики) не говорят вам, что с ними делать. Собирая их вместе без всякой цели, легко создать большое количество ничего не значащих фактов, о которых скоро забудут. Это как пьеса или музыкальный отрывок, которые бредут как неприкаемые и не приходят никуда. Как обнаружили те, кто пытался приспособить искусственный интеллект для решения творческих математических задач, самое трудное в этом деле – определить цели. Имея в голове стоящую цель, становится легче найти средства, чтобы достичь ее. Я люблю печенье с предсказаниями, и раз мне попалось самое удачное на свете печенье: изречение, которое я в нем нашел, великолепно подытоживает все сказанное:

Работа сама научит вас, как ее сделать.

И, конечно, для лучшего усвоения материала, для студентов и потенциальных читателей заманчиво иметь перед собой вдохновляющую цель. С самого начала на них производит глубокое впечатление понимание того, что они могут предвкушать ощущение удивительного трюка создания конструкции, которая неумолимо движется от «очевидных» аксиом к далеко не очевидным заключениям.

Итак, какова была цель Евклида в «Началах»? Тринадцатый и последний том этого шедевра завершается построением пяти платоновых тел и доказательством, почему их существует только пять. Мне приятно думать – тем более что это вполне правдоподобно, – что Евклид думал об этом заключении, когда начинал работать над всей книгой и пока писал ее. В любом случае это подходящее и приносящее чувство завершенности заключение.

Платоновы тела как атомы

Древние греки признавали в материальном мире четыре основные составляющие, или элемента: огонь, вода, земля и воздух. Вы, возможно, заметили, что количество элементов – четыре – близко к пяти, количеству правильных многогранников. Платон, разумеется, заметил! В его самом авторитетном, пророческом и непостижимом диалоге «Тимей» можно найти теорию элементов, основанную на многогранниках. Она состоит в следующем.

Каждый элемент состоит из атомов определенного вида. Атомы имеют форму платоновых тел: атомы огня – форму тетраэдра, атомы воды – икосаэдра, атомы земли – куба, атомы воздуха – октаэдра.

В этих утверждениях есть определенное правдоподобие. Они дают объяснения. Атомы огня имеют острую форму, что объясняет, почему прикосновение к огню болезненно. Атомы воды самые гладкие и круглые, поэтому они могут плавно обтекать друг друга. Атомы земли могут быть плотно прижаты друг к другу и заполняют пространство без пустот. Воздух, кото-

¹³ Цит. по: Ньютон И. Оптика, или Трактат об отражениях, преломлениях, изгибаниях и цветах света. – М.-Л.: Госиздат, 1927. – С. 306.

рый может быть и горячим, и влажным, имеет промежуточную между огнем и водой форму атомов.

Хотя четыре и близко к пяти, но они не могут быть равны, поэтому полного совпадения между правильными многогранниками, рассмотренными как атомы, и элементами быть не может. Менее одаренный мыслитель был бы, возможно, обескуражен этой трудностью, но гениальный Платон не утратил присутствия духа. Он воспринял это как вызов и как возможность. Он предположил, что оставшийся правильный многогранник, додекаэдр, тоже сыграл свою роль в руках Творца-строителя, но не как атом. Нет, додекаэдр – это не просто какой-то атом, скорее, он повторяет форму самой Вселенной в целом.

Аристотель, который всегда старался превзойти Платона, предложил другую, более консервативную и последовательную теорию. Две главные идеи этих влиятельных философов состояли в том, что Луна, планеты и звезды, населяющие небесный свод, состоят из совершенно иной материи, чем та, которую мы можем найти в подлунном мире, и в том, что «природа не терпит пустоты»; таким образом, небесное пространство не могло быть пустым. Эти рассуждения требовали существования пятого элемента, или квинтэссенции, отличающейся от земли, огня, воды и воздуха, чтобы заполнить небесный свод. Так додекаэдр нашел свое место в качестве атома квинтэссенции или эфира.

Сегодня трудно согласиться с деталями обеих этих теорий. Науке нет никакой пользы от того, чтобы анализировать мир в терминах этих четырех (или пяти) элементов. В современном представлении атомы – вовсе не твердые тела, и уж подавно они не имеют форму платоновых тел. Теория элементов Платона с сегодняшней точки зрения выглядит грубой и во всех отношениях безнадежно неверной.

Структура из симметрии

Но хотя взгляды Платона провалились как научная теория, они были успешны как предсказание и, я бы сказал, как произведение интеллектуального искусства. Чтобы оценить концепцию в этом качестве, мы должны отойти от деталей и посмотреть на нее в целом. Глубинная, ключевая догадка в системе физического мира с точки зрения Платона состоит в том, что мир этот должен по большому счету воплощать в жизнь красивые понятия. И эта красота должна быть красотой особого рода: красотой математической правильности, идеальной симметрии. Для Платона, как и для Пифагора, эта догадка была в то же время верой, страстным желанием и основополагающим принципом. Они жаждали привести Разум в гармонию с Веществом, показав, что Вещество состоит из чистейших произведений Разума.

Важно подчеркнуть, что Платон поднялся в своих идеях над общепринятым уровнем философских обобщений своего времени, чтобы сделать определенные заявления о том, что же такое вещество. Его своеобразные, хотя и неправильные, идеи не попадают в позорную категорию «даже не ошибочно»¹⁴. Как мы уже видели, Платон даже сделал некоторые шаги в направлении сравнения этой теории с реальностью. Огонь обжигает, потому что у тетраэдра острые грани, вода течет, потому что икосаэдры легко перекатываются друг по другу, и т. д. В диалоге Платона «Тимей», где говорится обо всем этом, вы также найдете причудливые объяснения того, что мы бы назвали химическими реакциями и свойствами сложных (состоящих больше чем из одного элемента) веществ. Эти объяснения основаны на геометрии атомов. Но эти напрасно потраченные усилия удручающе далеки от того, что мы при всем желании могли бы считать серьезным экспериментальным доказательством научной теории и еще дальше от использования научных знаний для практических целей.

¹⁴ Говорят, что знаменитый физик-теоретик Вольфганг Паули однажды раскритиковал беспомощную работу молодого ученого такими вошедшими в поговорку словами: «Это не просто неверно, это даже не дотягивает до ошибочного!» – *Прим. пер.*

И все же взгляды Платона в нескольких направлениях предвосхищают современные идеи, находящиеся сегодня на переднем крае научного мышления.

Хотя строительные «кирпичики» материи, которые предложил Платон, совсем не те, которые мы знаем сегодня, сама идея о том, что есть лишь немногие строительные элементы, существующие в множестве одинаковых копий, остается основополагающей.

Но даже если не принимать во внимание эту смутную вдохновляющую идею, более специфический принцип построения теории Платона – выделение *структуры* из *симметрии* – оставил свой след в веках. Мы приходим к небольшому числу особых структур из чисто математических соображений – соображений симметрии – и преподносим их Природе как возможные элементы ее строения. Тот вид математической симметрии, который избрал Платон, чтобы составить свой список составляющих элементов, весьма отличен от симметрии, которую мы используем сегодня. Но идея о том, что в основе Природы *лежит* симметрия, стала доминировать в нашем восприятии физической реальности. Умозрительная идея о том, что симметрия определяет структуру – т. е. что кто-то может использовать высокие требования математического совершенства, чтобы прийти к небольшому перечню возможных реализаций, а потом воспользоваться этим списком как руководством по построению модели мира, – стала нашей путеводной звездой на границах неизведанного, не нанесенных ни на одну карту. Эта идея почти кощунственна в своем безрассудстве, поскольку провозглашает, что мы можем разбраться, как действовал Мастер и точно узнать, как все было сделано. И, как мы увидим далее, она оказалась совершенно правильной.

Для того чтобы обозначить Творца физического мира, Платон использовал слово «демиург». Буквальное его значение – «мастер»; обычно его переводят словом «создатель», что не совсем верно. Это греческое слово Платон подобрал очень тщательно. Оно отражало его веру в то, что физический мир не является окончательной реальностью. Есть также вечный и вневременной мир Идей, которые существуют до какого-либо, с необходимостью несовершенного, физического воплощения и независимо от него. Беспокойный творческий ум – Мастер или Создатель – отливает свои создания из идей, используя последние как формы.

«Тимей» – непростое для понимания произведение, и всегда остается соблазн принять неясность или ошибку за глубину. Осознавая это, я нахожу тем не менее интересным и вдохновляющим то, что Платон не останавливается на платоновых телах, но размышляет о том, что атомы в иных формах, подобно физическим объектам, в свою очередь могут быть составлены из более примитивных треугольников. Детали, конечно, «даже не ошибочны», но интуиция, призывающая рассмотреть модель серьезно, говорить на ее языке и раздвигать границы, в корне верна. Идея о том, что атомы могут иметь составные части, предвосхищает современное стремление анализировать все глубже и глубже. А идея о том, что эти составные части в нормальных условиях не могут существовать как отдельные объекты, а обнаруживаются только как части более сложных объектов, возможно, как раз и реализуется в сегодняшних кварках и глюонах, вечно связанных внутри атомных ядер.

Помимо всего прочего среди размышлений Платона мы найдем идею, которая является центральной в наших размышлениях, – идею о том, что мир в своей глубинной структуре воплощает Красоту. Это оживший дух умозаключений Платона. Он предполагает, что сама основа структуры мира – его атомы – это воплощения чистых идей, которые могут быть открыты и четко сформулированы одним лишь напряжением ума.

Экономия средств

Возвращаясь к вирусам: где же они научились своей геометрии?

Это тот случай, когда простота приобретает вид сложности или, если быть более точным, когда простые правила определяют строение кажущихся сложными структур, которые

по зрелом размышлении становятся идеально простыми. Суть в том, что ДНК вирусов¹⁵, которая должна нести в себе информацию обо всех аспектах их жизнедеятельности, очень ограничена в размерах. Чтобы сэкономить на длине строительного материала, стоит делать что-либо из простых идентичных частей, соединенных одинаковым образом. Мы уже слышали эту песню: «простые, идентичные части, одинаково соединенные» – и как раз в определении платоновых тел! Поскольку часть создает целое, вирусам не нужно знать о додекаэдрах или икосаэдрах, а только о треугольниках, да еще одно или два правила, чтобы соединить их вместе. Это только более разнородным, нерегулярным и на первый взгляд даже случайным телам – таким как люди – требуются более подробные сборочные инструкции. Симметрия появляется как структура по умолчанию, когда информация и ресурсы ограничены.

Молодой Кеплер и музыка сфер

Спустя два тысячелетия после Платона молодой Иоганн Кеплер услышал его призыв. Здесь в центре также оказалось число 5. Кеплер, один из самых первых и страстных почитателей идеи Коперника, поставившей Солнце в центр мироздания, попытался понять строение Солнечной системы. В то время было известно шесть планет: Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер и Сатурн. Шесть, как вы увидите далее, – это очень близко к пяти. Совпадение? Кеплер так не думал. Что могло быть лучше для Творца, чем использовать в творческом созидании самые идеальные геометрические объекты?

Коперник, как и Птолемей, основывал свою астрономическую теорию на движении планет по окружностям. Это была еще одна ошибка красоты, одобренная (и во многом порожденная) Платоном и Аристотелем. Только самая идеальная фигура – окружность – могла быть достойна Творца. Предполагалось, что планеты держатся на небесных сферах. У Коперника и Птолемея были разные точки зрения по поводу того, где следует расположить центр этих сфер (Земля или Солнце), но оба, как и молодой Кеплер, считали их существование само собой разумеющимся. Таким образом, Кеплер полагал, что существует шесть великих сфер, в центре которых находится Солнце. Он задал себе вопрос: почему их шесть? И почему они имеют такие размеры, какие имеют?

В один прекрасный день Кеплер, читая лекцию по введению в астрономию, увидел ответ. Можно описать некое платоновое тело вокруг каждой из первых пяти сфер и вписать его в следующую! Таким образом, пять платоновых тел становятся посредниками между шестью сферами! Однако эта система заработает, только если сферы будут соответствующего размера. Значит, Кеплер мог предсказать относительные расстояния между различными планетами и Солнцем! Будучи убежденным, что он разгадал Божественный план, Кеплер объявил о своем открытии в восторженной книге «Тайна мироздания», полной высказываний вроде этого:

Я чувствую себя захваченным и одержимым невыразимым восторгом от божественного зрелища небесной гармонии.

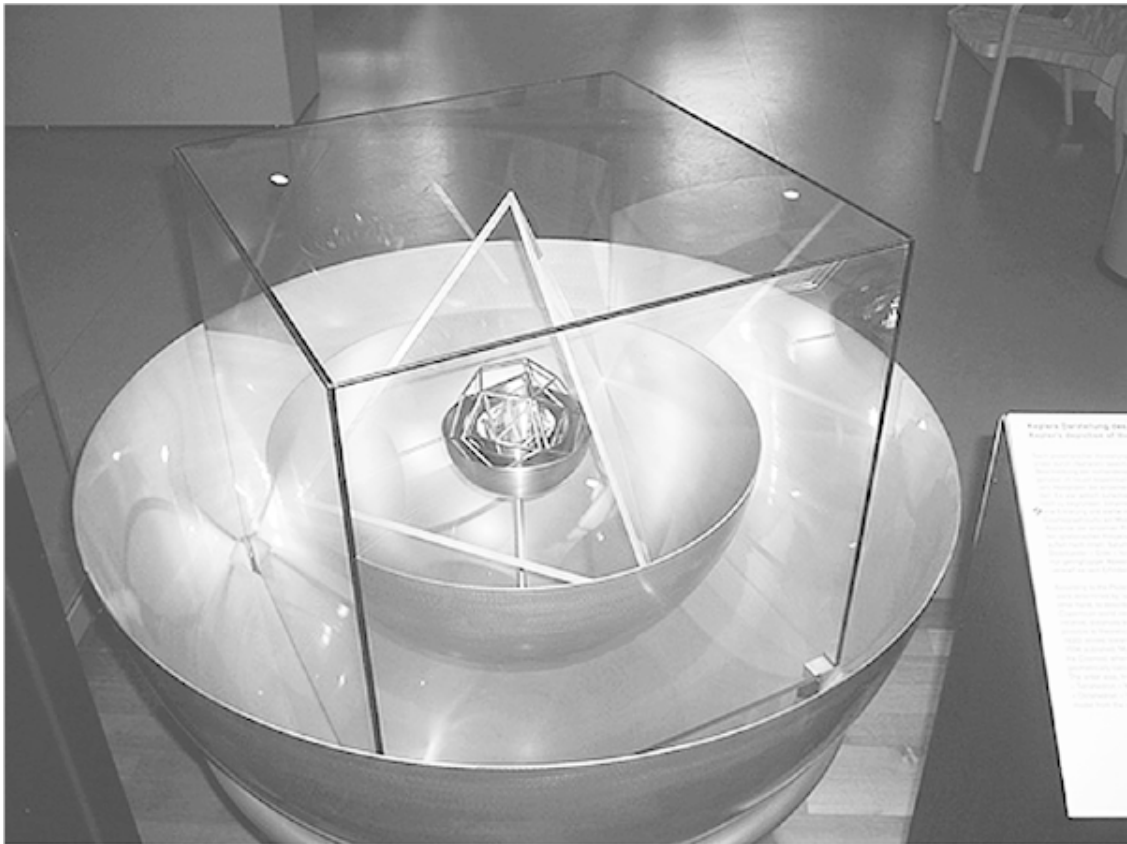
Или этого:

Сам Господь был настолько добр, что стал тратить время попусту и начал играть в игру со знаками, посылая в мир признаки своего расположения; вследствие этого у меня есть шанс думать, что вся природа и благословенные небеса символически выражают искусство геометрии.

Это была действительно великолепная система, которую вы можете видеть на блистательно выполненной модели на илл. 9. Очевидно, Кеплер задал себе тот же Вопрос, что и мы, и решил, что нашел на него ответ. Мир действительно воплощает в себе Красоту, примерно

¹⁵ Не во всех вирусах генетический материал представлен в виде ДНК; есть и РНК-содержащие вирусы. – *Прим. ред.*

так же, как предсказывал Платон. Он начал обсуждать в конкретных деталях природу музыки, возникающей при вращении этих небесных сфер, и написал партитуру!



Илл. 9. Платоновы тела вдохновили Кеплера создать модель, отражающую размер и форму Солнечной системы и представленную здесь. Планеты прикреплены к вращающимся небесным сферам, размер промежутков между которыми контролируется с помощью поверхностей платоновых тел, размещенных между сферами как подмости.

Энтузиазм Кеплера помог ему пройти через жизнь, полную как личных, так и профессиональных поражений. Он жил неподалеку от центра вихрей политических и религиозных войн, которые проносились через Центральную Европу после Реформации. Его мать обвиняли в том, что она ведьма. И в результате честной, кропотливой работы по точному описанию движения планет, в которой Кеплер использовал свои собственные открытия, был получен результат, который опрокинул его юношеские мечты. Потому что планеты описывали не окружности, а эллипсы (Первый закон Кеплера), а Солнце находилось не в центре этих эллипсов (для особенно интересующихся: оно находится в одном из фокусов). В конце концов в более зрелом и точном портрете природы Кеплера была и более глубокая красота, но она очень отличалась от мечтаний молодости, и автору не довелось увидеть их воплощенными.

Глубокие истины

Великий датский физик и философ Нильс Бор (1885–1962), один из основоположников квантовой теории и автор принципа дополнительности, который будет освещен далее в этой книге, был увлечен идеей, которую он называл «глубокая истина». Она иллюстрирует предположение Людвиг Виттгенштейна о том, что вся философия может (а возможно, и должна) быть выражена в форме шутки.

Согласно Бору, обыкновенные высказывания исчерпываются их буквальными значениями, и обычно противоположностью истинного высказывания является ложное высказывание. В то же время у глубоких высказываний значение скрыто под поверхностью. Вы можете опознать глубокую истину по ее характерной черте – противоположностью глубокой истины также является глубокая истина. В этом смысле трезвое замечание

Мир, увы, не организован в соответствии с математическими принципами, как предполагал Платон.

выражает глубокую истину. Поскольку противоположное также верно:

Мир организован в соответствии с математическими принципами, как догадался Платон.

Тайная вечеря Дали

Мне кажется подходящим закончить этот раздел наших размышлений произведением современного искусства, в котором как бы играют его основные темы.

На цветной вклейке Е вы можете видеть шедевр Сальвадора Дали «Причастие последнего ужина»¹⁶, где содержится множество скрытых геометрических тем. Самое странное и поразительное из них – это появление нескольких больших, но прорисованных только частично пятиугольников, довлеющих над всей сценой. Кажется понятным, что вместе они должны составлять додекаэдр, который включает не только участников трапезы, но также и зрителя. Подразумевается, что мы должны вспомнить мысль Платона о том, что именно эта форма обрамляет всю Вселенную.

¹⁶ Более известное название картины – «Тайная вечеря». – *Прим. пер.*

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.